ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 AOUT 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. A. **Lacroix** donne lecture du rapport suivant :

La création d'un Conseil International de Recherches scientifiques par la Conférence des Académies alliées et associées, tenue à Bruxelles, du 18 *au* 28 *juillet* 1919.

La troisième conférence des Académies alliées et associées s'est tenue à Bruxelles, du 18 au 28 juillet. Elle avait été convoquée par le Comité exécutif, nommé par la Conférence de Paris en novembre dernier (M. Émile Picard, président, M. Schuster, secrétaire général, MM. Georges Hale, Lecointe, Volterra) afin de discuter le projet de statuts d'un Conseil international de recherches qu'il avait reçu mission d'élaborer.

La réunion a été particulièrement nombreuse et brillante. Notre Académie était représentée par 15 de ses membres : MM. A. Lacroix, secrétaire perpétuel, Haller, Delage, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Lallemand, Moureu, de Launay, Quénu, Flahault, Koenigs, de Chardonnet, Andoyer, et par un de ses correspondants, M. Henri Parenty, auxquels s'étaient joints 24 savants, ingénieurs ou industriels, invités par l'Académie.

MM.

Alfred Angot, Directeur du Bureau central météorologique.

Émile Barbet, ancien Président de la Société des Ingénieurs civils.

Le comte Aymard de la Baume Pluvinel, Correspondant du Bureau des Longitudes.

M. Béhal, Professeur à l'École supérieure de Pharmacie, Membre de l'Académie de Médecine.

Le Lieutenant-Colonel André Bellot, Adjoint au Directeur du Service géographique de l'Armée.

Albert Caquot, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, ancien Directeur de la Section technique d'aviation.

Le Dr Anatole Chauffard, Membre de l'Académie de Médecine.

Le Dr Pierre Delbet, Professeur à la Faculté de Médecine de Paris.

Camille Delezenne, Professeur à l'Institut Pasteur, Membre de l'Académie de Médecine.

Charles Drouets, Directeur de l'Office national de la Propriété industrielle.

Le Général Ferrié, Correspondant du Bureau des Longitudes, Inspecteur général des Services de la Télégraphie militaire.

Jean Gérard, Secrétaire général de la Société de Chimie industrielle.

Guillaume Grandidier, Secrétaire général de la Société de Géographie.

Le Dr Henri Hartmann, Professeur à la Faculté de Médecine de Paris, Membre de l'Académie de Médecine.

Hanriot, Directeur des essais à la Monnaie, Membre de l'Académie de Médecine.

Louis Joubin, Professeur au Museum national d'Histoire naturelle et à l'Institut océanographique.

Ferdinand Mainié, Président de l'Association des inventeurs et artistes industriels, Membre de l'Office national de la Propriété industrielle.

Charles Marie, Secrétaire général des Tables annuelles de Constantes et Données numériques de Chimie, de Physique et de Technologie.

R. Marquis, Chef des travaux à l'Institut de Chimie appliquée de la Faculté des Sciences de l'Université de Paris.

Charles Rabut, ancien Inspecteur général des Ponts et Chaussées.

J. Renaud, Membre du Bureau des Longitudes, Directeur du Service hydrographique de la Marine.

Paul Séjourné, Sous-Directeur de la Compagnie des Chemins de fer de Paris à Lyon et à la Méditerranée.

Albert Vaunois, Membre de la Commission technique de l'Office national de la Propriété industrielle.

Le comte Henri de la Vaulx, Vice-Président de la Fédération aéronautique internationale.

L'Académie royale des Sciences de Belgique nous a donné la plus large et la plus aimable des hospitalités dans son somptueux Palais des Académies.

S. M. le Roi des Belges a honoré de sa présence la séance d'ouverture, à laquelle assistait M. Hermignie, ministre des Sciences et Arts, et M. le Vice-Directeur de la Classe des Sciences de l'Académie royale de Belgique qui ont pris la parole pour nous souhaiter la bienvenue.

Sur la proposition de M. le Président de l'Académie de Belgique, le Conseil exécutif a été choisi comme Bureau de la session, M. Georges Hale et

M. Émile Picard, retenus loin de Bruxelles, étant respectivement remplacés par M. W.-W. Campbell et par M. A. Lacroix.

C'est en cette qualité que j'ai eu l'honneur de présider aux travaux de la Conférence. Pour donner à l'Académie un bref aperçu de ce qu'ils ont été, je me permets de reproduire ci-dessous les paroles que j'ai prononcées à la clôture de la Conférence et dans lesquelles ont été résumés les principaux résultats acquis. Il ne me restera plus ensuite qu'à préciser quelques détails.

« MESSIEURS,

» Notre tâche est accomplie.

» Nous nous sommes réunis ici pour fonder définitivement entre nations alliées et associées un Conseil de Recherches scientifiques ayant pour but principal de coordonner l'activité internationale dans les différentes branches de la science et de ses applications.

» Les statuts de ce Conseil ont été rédigés. Vous les avez votés. Pour donner de la vie à votre œuvre, il ne reste plus qu'à obtenir l'adhésion de nos Académies, Conseils nationaux ou Gouvernements. Chacun de nous, dans la limite de ses forces, devra s'employer à seconder l'activité du Conseil exécutif chargé de cette négociation.

» En risquant tout, fors l'honneur, en risquant jusqu'à son bien le plus précieux et le plus cher, son indépendance nationale, pour rester fidèle à ses engagements et barrer la route à la barbarie, la Belgique a mérité l'estime et la reconnaissance du monde. Haute autorité morale constituée par l'Union de savants appartenant à toutes les disciplines, à toutes les nations qui ont lutté côte à côte pour le même idéal, la présente Conférence a jugé qu'elle ne pouvait mieux manifester cette estime et cette reconnaissance qu'en décidant à l'unanimité que Bruxelles devient le siège légal du Conseil international de Recherches scientifiques. C'est à Bruxelles que, tous les trois ans, se tiendront désormais ses Assemblées générales, c'est à Bruxelles que seront conservées ses Archives, que seront reçus et administrés, suivant la loi belge, les dons et legs qu'elle pourra recevoir.

» Parmi les moyens dont le Conseil international de Recherches doit user pour la réalisation de son but, il faut mettre en première ligne la création d'Unions internationales correspondant aux principaux groupements des Sciences. Ces Unions posséderont un budget et une administration propres, elles pourront se diviser en sections autonomes utilisant librement des ressources réparties par les soins du Conseil exécutif de l'Union; à leur tour, elles auront le droit de se subdiviser en commissions permanentes ou provisoires.

» Il semble que la contemplation des astres porte plus les hommes à l'association que l'étude des phénomènes ou des êtres rapprochés d'eux. Les astronomes, en effet, sont venus ici plus nombreux que tous autres; ils ont apporté pour leur Union un projet de statuts très étudié qui a été bientôt pris pour modèle général [1]. Puis se sont groupés les géodésiens et les géophysiens, les chimistes et les biologistes.

---

[1] Il faut noter que les grands traits du programme de l'Union astronomique et de

» Plusieurs autres Unions ont été envisagées ou préparées; leur établissement définitif sera l'affaire de demain.

» Malgré la symétrie d'organisation imposée à toutes les Unions, filles majeures du Conseil international de Recherches, chacune d'elles conserve une grande souplesse.

» C'est ainsi que l'Union astronomique n'a pas usé de son droit de se diviser en sections, elle est restée une, mais elle a institué dans son sein une trentaine de commissions indépendantes, alors que l'Union géodésique et géophysique, ainsi que l'Union des sciences biologiques ont admis six sections.[1]

» Ainsi nous venons de délimiter de vastes territoires, nous les avons pourvus d'une constitution, nous avons même poussé la sollicitude jusqu'à leur donner un gouvernement. Une petite conférence de la Paix se termine aujourd'hui; son œuvre sera-t-elle meilleure ou pire que celle de la grande? L'avenir le montrera, mais il n'est pas téméraire de penser, et même de dire, que cette œuvre vaudra ce que la feront ses artisans.

» Nous avons nommé une profusion de Présidents, de Vice-Présidents, de Secrétaires généraux. Je suis certain que tous prendront leur rôle à cœur, et que tous sont bien pénétrés de cette pensée qu'ils sont non seulement investis de beaucoup d'honneurs, mais aussi chargés de lourds devoirs. Ce brillant état-major va se mettre résolument à l'ouvrage pour grouper une armée de chercheurs et pour surmonter les difficultés d'ordre varié qui, n'en doutez pas, ne manqueront pas de se dresser parfois devant eux. Les noms de ces chefs sont de bon augure pour la solidité des résultats qu'ils apporteront dans trois ans à notre prochaine assemblée générale.

» L'ère des discours est close, l'heure du travail fécond vient de sonner!

» A la Conférence de Londres, il a été établi comme principe légitime et nécessaire de ne constituer nos organismes de paix qu'entre les nations qui ont été unies dans les heures critiques, qui ont combattu et souffert ensemble et ont ainsi conquis le droit d'exposer clairement et nettement ce qu'elles veulent et *ce qu'elles ne veulent pas*.

» Aujourd'hui, la maison est prête, l'entrée en restera interdite aux Allemands et à leurs alliés, mais nous avons pensé que le moment était venu d'inviter les savants des nations neutres à collaborer avec nous. Vous avez approuvé unanimement la proposition qui vous a été faite à cet égard par le Conseil exécutif.

» Il est une Académie des Sciences qui, bien que comptant parmi nous beaucoup de sympathies, ne fait pas partie de notre Association, nous nous plaisons à espérer qu'un jour se lèvera où le ciel s'éclaircissant au-dessus de la Néva, le retour à d'anciennes et cordiales relations deviendra possible.

» Il me reste l'agréable devoir de remercier en votre nom tous ceux qui, à des titres divers, y ont droit.

---

l'Union géodésique et géophysique avaient été élaborés par plusieurs membres de cette Académie et par leurs collègues du Bureau des Longitudes; ce programme avait servi de base aux discussions de la Conférence de Paris.

» Nous avons été très honorés de l'intérêt que S. M. le Roi des Belges a bien voulu témoigner à nos travaux en venant inaugurer cette Conférence.

» Nous prions le Gouvernement de la Belgique d'agréer aussi nos remercîments et nous n'oublierons pas la cordialité de l'accueil que nous ont réservé M. le Ministre des Sciences et des Arts, M. le Ministre des Affaires étrangères et M. le Bourgmestre de Bruxelles.

» Je regrette que M. le Directeur de la Classe des Sciences de l'Académie royale de Belgique soit aujourd'hui retenu loin de nous par d'autres devoirs. Je prie M. le Secrétaire perpétuel Pelseneer de le remercier d'avoir bien voulu accepter notre Présidence d'honneur; je lui demande aussi de transmettre à ses Confrères l'expression de notre gratitude pour l'hospitalité si complète et si aimable qu'ils nous ont donnée dans ce beau Palais des Académies.

» M. Lecointe me permettra de lui dire combien nous avons apprécié les services qu'il a rendus à cette Conférence par son inlassable dévouement mis au service de ses connaissances si étendues, de cette limpidité de vues, de cette netteté et de cette franchise d'expression qui, de longue date, lui ont conquis la sympathie de tous; nous sommes reconnaissants à tous ses collaborateurs de l'empressement qu'ils ont mis à prévenir nos moindres désirs.

» Si nos travaux ont abouti avec tant de facilité, nous le devons à leur excellente préparation par le Comité exécutif nommé l'an dernier à Londres. Vous avez érigé ce Comité en Bureau définitif. Son Président, mon collègue M. Emile Picard, ayant été empêché par l'état de sa santé d'être présent ici, vous avez fait à l'Académie des Sciences de l'Institut de France la gracieuseté de lui conserver la présidence de cette Assemblée. Je dois à mes fonctions de Secrétaire perpétuel de cette Académie d'avoir dirigé vos délibérations. Je m'en trouve fort honoré, mais je me félicite, en outre, de ce que la naissance spontanée et l'existence éphémère de cette présidence me mettent à l'aise pour remercier en votre nom le Comité exécutif de ce qu'il a fait pour vous dans le passé et de le féliciter de l'unanimité avec laquelle ses pouvoirs viennent d'être prorogés de trois ans. Son passé est un sûr garant de l'habileté avec laquelle il saura aider à la constitution effective des Unions projetées.

» Je remercie, enfin, mes collègues du Bureau, M. Volterra et M. Campbell qui remplace M. Georges Hale, dont nous regrettons l'absence, M. Schuster, notre dévoué Secrétaire général, qui sait, avec tant d'aisance, se jouer au milieu des difficultés des affaires internationales et prouver que son activité aussi bien que sa compétence sont sans rivales.

» Permettez-moi, Messieurs, en terminant, de vous exprimer ma gratitude pour la bienveillance avec laquelle vous avez facilité ma tâche; la cordialité qui n'a cessé de régner entre tous et en toutes circonstances montre que le titre un peu long de Conférence des Académies des Nations alliées et associées pourrait être avantageusement remplacé par celui plus court et plus expressif de Conférence des Académies amies. »

Quelques divergences d'opinions s'étant manifestées au sujet du nombre de membres à attribuer au Comité exécutif qui gérera les affaires du Conseil

international dans l'intervalle de deux Assemblées générales, il a été décidé que ce nombre serait fixé à cinq et que les pouvoirs du Conseil exécutif provisoire seraient prorogés de trois ans, avec mission de proposer, s'il y a lieu, à la prochaine Assemblée générale une modification à sa constitution.

Ce Conseil exécutif devra soumettre les statuts, reproduits plus loin, à l'approbation des Académies, Conseils nationaux de Recherches ou Gouvernements répondant pour chaque pays, toutes les résolutions que nous avons prises l'ayant été *ad referendum*. Le Conseil international de Recherches scientifiques sera considéré comme définitivement constitué quand l'adhésion de trois des grands pays fondateurs aura été acquise; il est à souhaiter que cette adhésion soit obtenue pour le 1er janvier 1920.

Ce premier pas fait, le Conseil exécutif devra de la même façon négocier l'adhésion aux Unions dès à présent créées. Il est bien entendu que chacune de ces Unions aura une existence autonome et que l'adhésion à l'une d'elles n'impliquera pas nécessairement l'adhésion à toutes les autres; chaque pays reste donc libre d'agir comme il l'entendra à cet égard.

Dès à présent sont définitivement constituées : l'Union astronomique. l'Union géodésique et géophysique, l'Union de Chimie pure et appliquée; Une Union des sciences biologiques et une Union de Radiotélégraphie scientifique sont parvenues à un terme moins avancé de leur évolution, leurs statuts ont été rédigés à Bruxelles, mais ils doivent être soumis pour approbation aux diverses Académies.

Ainsi qu'il a été dit plus haut, l'Union astronomique reste une, mais elle a constitué dans son sein 32 commissions; l'Union géodésique et géophysique s'est divisée en six sections : *Géodésie*, *Météorologie*, *Magnétisme terrestre*, *Sismologie*, *Vulcanologie*, *Océanographie physique*. Les six sections de l'Union des sciences biologiques porteront pour titre : *Biologie générale*, *Physiologie*, *Zoologie*, *Botanique*, *Sciences médicales*, *Biologie appliquée*.

Des détails concernant chacun de ces divers organismes, indiquant leurs statuts, la composition de leurs bureaux, le siège de leur secrétariat général seront prochainement publiés. Je me contenterai aujourd'hui de signaler que beaucoup de confiance a été faite à notre Académie. M. Émile Picard reste président du Comité exécutif; nos confrères, MM. Baillaud, Lallemand, Moureu, Delage, ont été respectivement nommés présidents des quatre Unions énumérées plus haut. S. A. S. le prince de Monaco, notre associé étranger, présidera la Section d'Océanographie physique de l'Union géodésique et géophysique, ainsi que la Sous-Section d'Océanographie biologique de l'Union des sciences biologiques, ce qui permettra

une union intime sur les divers points de vue qui intéressent les océanographes.

Le siège légal du Conseil de Recherches est, comme on vient de le voir, fixé à Bruxelles, où se tiendront les Assemblées générales et où seront conservées les Archives. Le Secrétariat aura son siège dans la ville où résidera le Secrétaire général, en l'espèce à Londres.

Indépendamment des Unions dont la mise au point était suffisamment précise pour permettre leur création définitive, des projets ont été préparés pour d'autres groupements : Unions des sciences mathématiques, physiques, géologiques, géographiques, Union de Bibliographie, etc., et leur discussion a été souvent poussée très loin. D'intéressants échanges de vues ont eu lieu entre hommes compétents sur l'*Art de l'Ingénieur*, sur les *Brevets internationaux*, etc., et, là encore, se sont préparées des organisations qui, une fois mûries, seront, comme les précédentes, soumises à l'examen du Comité exécutif; celui-ci, après étude, en référera aux pays contractants, puis prendra une décision, s'il le juge à propos, ou bien remettra le soin de trancher la question à la prochaine Assemblée générale.

Une même préoccupation s'est manifestée dans toutes les Commissions qui ont discuté les projets d'Unions, c'est la volonté de voir créer par les savants des nations alliées et associées des périodiques rapides et impartiaux, chargés de publier, non seulement des listes, mais des analyses des travaux correspondant aux principales sciences; pour plusieurs de celles-ci, des accords sont établis, dès à présent.

Enfin divers vœux ont été présentés par MM. Bowie et Turner, Bigourdan et Ortlet; leur texte sera donné dans le Compte rendu officiel de la Conférence : j'indiquerai seulement que l'un d'eux a pour objet de préconiser le rattachement, sous une forme à étudier, du Conseil international de recherches à la Société des Nations.

Afin de permettre aux membres de notre Académie de se rendre compte des grands traits des nouveaux organismes qui viennent de voir le jour, je donne ci-après les statuts du Conseil International de Recherches scientifiques et aussi, pour exemple, ceux d'une Union, l'Union astronomique. Les statuts de toutes les Unions, et aussi ceux de leurs sections, sont calqués sur ce modèle; ils ne présentent guère entre eux de différences que dans l'exposé des motifs et dans quelques menus détails.

Il me reste, en terminant, à exprimer le souhait que tous mes Confrères

se pénètrent bien de l'importance qu'aura pour le futur développement des sciences le bon fonctionnement de telles Unions internationales, qu'ils veuillent bien leur prêter leur concours et se plier à leur discipline.

La bonne logique eût voulu que la création d'Unions nationales correspondant aux divers groupes de sciences ait été le premier stade de l'organisation de Conseils nationaux, la formation d'un Conseil International de Recherches venant couronner l'œuvre.

Sous la pression des événements, nous avons brûlé les étapes, nous avons supposé le problème résolu et commencé par où nous eussions pu ou dû finir. Il est nécessaire aujourd'hui de revenir à la marche normale, de grouper tous les organismes épars dans notre pays : Laboratoires, Sociétés savantes, et aussi initiatives privées; de les grouper en Unions, à la fois souples et solides et de procéder sans retard à la création d'un Conseil National de Recherches.

L'Académie des Sciences doit à son illustre passé, à la place qu'elle tient dans le développement intellectuel de la France, de se donner à cette tâche, pour laquelle les concours officiels semblent ne devoir pas lui manquer.

STATUTS DU CONSEIL INTERNATIONAL DE RECHERCHES.

I. — *Objet du Conseil international.*

1. Le Conseil international de Recherches a pour but :

a. De coordonner l'activité internationale dans les différentes branches de la science et de ses applications;

b. De provoquer, conformément à l'article 1er des résolutions de Londres (octobre 1918) [1], la création d'Associations ou d'Unions internationales jugées utiles au progrès des sciences;

c. D'orienter l'activité scientifique internationale dans les domaines où il n'existe pas d'Associations compétentes;

d. D'entrer, par des moyens appropriés, en relation avec les Gouvernements des pays adhérents pour recommander l'étude de questions qui sont de sa compétence.

---

[1] « Aussitôt que les circonstances le permettront, les conventions relatives aux associations scientifiques internationales seront, conformément aux statuts ou règlements propres à chacune d'elles, dénoncées par les groupements compétents des Nations en guerre avec les Empires centraux.

» Les nouvelles Associations reconnues utiles au progrès des sciences et de leurs applications seront établies, dès maintenant, par les Nations en guerre avec les Empires centraux, avec le concours éventuel des Neutres. »

II. — *Siège.*

2. Le siège légal du Conseil international de Recherches est fixé à Bruxelles, où se tiendront les Assemblées générales et où seront conservées les Archives.

Les dons et legs seront reçus et gérés suivant la législation belge.

III. — *Admissions.*

3. Pourront participer à la fondation du Conseil international de Recherches et des Associations qui lui sont rattachées, ou y adhérer ultérieurement, les pays dont les noms suivent :

Belgique, Brésil, États-Unis, France, Royaume-Uni de Grande-Bretagne et d'Irlande, Australie, Canada, Nouvelle-Zélande, Afrique du Sud, Grèce, Italie, Japon, Pologne, Portugal, Roumanie, Serbie.

Lorsqu'une Association sera constituée, les nations non comprises dans l'énumération précédente, mais rentrant dans les conditions de l'article 1er des résolutions de la Conférence de Londres, pourront y être admises, soit sur leur demande, soit sur la proposition de l'un des pays faisant déjà partie de l'Association.

Cette demande ou cette proposition sera soumise à l'Association intéressée, qui décidera à la majorité des trois quarts des voix de l'ensemble des pays déjà associés.

4. Un pays peut adhérer au Conseil international de Recherches ou aux Associations qui lui sont rattachées, soit par son Académie nationale, soit par son Conseil national de Recherches, soit par d'autres institutions ou groupements d'institutions nationales similaires, soit par son Gouvernement.

5. Les statuts des Associations rattachées au Conseil international de Recherches devront être approuvés par celui-ci.

IV. — *Administration du Conseil.*

6. Les travaux du Conseil sont dirigés par l'Assemblée générale formée de l'ensemble des délégués accrédités à cette fin par les pays adhérents.

7. Il est constitué un *Comité exécutif* qui gère les affaires du Conseil dans l'intervalle de deux Assemblées générales, conformément aux résolutions prises à la session précédente.

Ce Comité comprend cinq membres élus par l'Assemblée générale.

8. Le Bureau du Comité exécutif comprend un président, deux vice-présidents et un secrétaire général, élus par l'Assemblée générale ; ils demeurent en fonctions jusqu'à la fin de la deuxième Assemblée générale qui suit celle de leur élection. Exceptionnellement, le mandat du président et de l'un des vice-présidents élus à la fondation du Conseil cesse à la fin de la première Assemblée générale qui suit celle de leur élection. Les membres sortants sont rééligibles.

9. Le Secrétaire général expédie la correspondance et assure la gestion des ressources, ainsi que la préparation et la distribution des publications décidées par l'Assemblée générale.

10. Le Comité exécutif peut pourvoir aux vacances qui surviendraient dans son sein. Toute personne désignée dans ces conditions demeure en fonctions jusqu'à la réunion

de l'Assemblée générale suivante, qui doit procéder à une élection définitive. Le membre ainsi élu achève le mandat de celui qu'il s'agissait de remplacer.

V. — *Attributions du Comité exécutif.*

11. Dans l'intervalle de deux Assemblées générales, le Comité exécutif peut soumettre des propositions à l'approbation des organismes adhérents; il est tenu de le faire lorsqu'il en est requis par un tiers des voix des pays faisant partie de l'Association.

12. Le Comité exécutif peut nommer des Commissions spéciales pour l'étude de toute question de la compétence du Conseil international de Recherches; leurs membres ne sont pas nécessairement choisis parmi les délégués près le Conseil international de Recherches. Ces Commissions spéciales peuvent, à leur tour, s'adjoindre, par cooptation, de nouveaux membres à la majorité des deux tiers des voix de ceux qui les composent.

13. Le Comité exécutif doit présenter un rapport annuel à l'organisme de chaque pays adhérent au Conseil.

Ces rapports sont aussi envoyés aux délégués à l'Assemblée générale précédente.

VI. — *Assemblées générales.*

14. Le Conseil se réunit en principe tous les trois ans en Assemblée générale ordinaire. Si l'époque de cette réunion n'a pas été arrêtée par l'Assemblée générale précédente, elle est fixée par le Comité exécutif et communiquée, quatre mois au moins à l'avance, aux divers organismes adhérents.

15. Dans des cas spéciaux, le Président peut, avec le consentement du Comité exécutif, convoquer une Assemblée générale extraordinaire; il est tenu de le faire à la demande d'un tiers des voix des pays adhérents.

16. Les délégués des divers pays près l'Assemblée générale sont nommés par les organismes adhérents au Conseil international de Recherches.

17. Le Président du Comité exécutif peut, de sa propre initiative, inviter des hommes de science, non délégués mais appartenant aux pays adhérents, à assister, à titre consultatif, aux séances de l'Assemblée générale.

Les membres des Commissions spéciales mentionnées à l'article 12, ont le droit d'assister, dans les mêmes conditions, aux séances de l'Assemblée générale où sont traitées les questions rentrant dans leurs attributions.

18. L'ordre du jour d'une session est fixé par le Comité exécutif et communiqué au moins quatre mois avant l'ouverture de cette session. Toute question ne figurant pas à l'ordre du jour n'est prise en considération qu'avec l'assentiment préalable de la moitié au moins des voix des pays représentés à l'Assemblée générale.

VII. — *Budget et droit de vote.*

19. Le Comité exécutif prépare un budget de prévision pour chaque année de la période comprise entre deux sessions. Une Commission financière, nommée par l'Assemblée générale, est chargée de l'étude de ce budget et de la vérification des comptes de l'exercice précédent. Elle établit, sur ces deux questions, des rapports distincts qui sont soumis à l'Assemblée générale.

A la suite de cet examen financier, le Conseil fixe le taux de la part contributive unitaire.

La cotisation due par un pays et le nombre correspondant de voix qui lui sont attribuées sont réglés d'après le barème suivant :

Population du pays.	Nombre de voix.	Nombre de parts unitaires contributives.
Moins de 5 millions d'habitants	1	1
Entre 5 et 10 millions d'habitants	2	2
Entre 10 et 15 » »	3	3
Entre 15 et 20 » »	4	5
Plus de 20 » »	5	8

Les habitants des colonies et protectorats d'un pays sont comptés dans la population de ce pays, si celui-ci le désire et d'après les indications de son Gouvernement.

Chaque Dominion (Afrique du Sud, Australie, Canada, Nouvelle-Zélande) a un nombre de voix correspondant à sa population et fixé d'après le barème précédent.

La cotisation unitaire perçue pendant la première période de la Convention ne pourra dépasser 250^{fr} annuellement.

Dans chaque pays, l'autorité qui adhère au Conseil est responsable du paiement de la cotisation de ce pays.

20. Les recettes du Conseil provenant des contributions des divers pays sont consacrées aux dépenses du Bureau.

Les ressources provenant de dons sont utilisées par le Conseil international de Recherches en tenant compte des désirs exprimés par les donateurs.

Tout pays qui se retire du Conseil international de Recherches abandonne de ce fait ses droits à l'actif de l'Association.

21. Dans les Assemblées générales, les résolutions concernant les questions d'ordre scientifique sont prises à la majorité des voix de tous les délégués présents. Pour les questions d'ordre administratif et pour les questions mixtes, le vote a lieu par État, le nombre de voix de chaque État étant fixé à l'article. S'il y a doute sur la catégorie dans laquelle doit être rangée une question à discuter, le Président décide.

Dans les Commissions, les décisions sont prises à la majorité des voix des membres qui les composent, et non par pays.

En toutes circonstances, s'il y a égalité de voix, celle du Président est prépondérante.

22. Pour les questions administratives figurant à l'ordre du jour, un pays qui n'est pas représenté peut envoyer par écrit son vote au Président. Pour être valable, ce vote doit être reçu avant le dépouillement du scrutin.

VIII. — *Durée de la convention et modifications.*

23. La présente convention entrera en vigueur le 1er janvier 1920, à la condition que trois au moins des pays mentionnés à l'article 3 y aient adhéré. Elle sera valable jusqu'au 31 décembre 1931. Après cette date, elle sera renouvelée pour une autre période de douze ans, avec l'assentiment des pays adhérents.

24. Aucun changement ne pourra être apporté aux termes de la présente convention sans l'approbation des deux tiers des voix des pays intéressés.

25. Le présent texte français servira exclusivement pour l'interprétation à donner aux articles de la convention.

STATUTS DE L'UNION ASTRONOMIQUE INTERNATIONALE.

I. — *Objet de l'Union et conditions d'admission.*

1. L'Union a pour but :

1° De faciliter les relations entre les astronomes des divers pays lorsqu'il est utile ou nécessaire d'avoir recours à une coopération internationale;

2° De favoriser l'étude de l'Astronomie dans toutes ses branches.

2. L'admission d'un État à l'Union est subordonnée aux conditions fixées par les statuts du Conseil international de Recherches.

II. — *Comités nationaux.*

3. Un Comité national est constitué dans chacun des pays adhérant à l'Union. Il est créé sur l'initiative soit de son Académie nationale, soit de son Conseil national de Recherches ou des autres institutions ou groupements d'institutions nationales similaires, soit de son Gouvernement.

4. Les Comités nationaux ont pour attributions de faciliter et de coordonner, sur leurs territoires respectifs, l'étude des diverses branches de l'Astronomie, envisagées principalement au point de vue international. Chaque Comité national, soit seul, soit de concert avec un ou plusieurs autres Comités nationaux, a le droit de soumettre à l'Union des questions à discuter rentrant dans la compétence de celles-ci.

Les Comités nationaux désignent les délégués chargés de les représenter aux Assemblées de l'Union.

III. — *Administration de l'Union.*

5. Les travaux de l'Union sont dirigés par l'*Assemblée générale* des délégués.

6. Le « Bureau » de l'Union comprend un président, cinq vice-présidents au plus et un secrétaire général élus par l'Assemblée générale; ils demeurent en fonctions jusqu'à la fin de la deuxième Assemblée générale ordinaire qui suit celle de leur élection. Exceptionnellement, le mandat du président et de trois des vice-présidents (désignés par un tirage au sort) nommés à la fondation de l'Union, expire à la fin de la prochaine Assemblée générale ordinaire qui suit celle de leur élection.

Ce Bureau forme le *Comité exécutif de l'Union.*

Les membres sortants sont rééligibles.

Les cinq vice-présidents sont choisis de manière à représenter les différentes branches de l'Astronomie.

Le Comité exécutif peut pourvoir aux vacances qui surviendraient dans son sein. Toute personne désignée dans ces conditions demeure en fonctions jusqu'à la réunion de l'Assemblée générale suivante, qui doit procéder alors à une élection définitive. Le membre ainsi élu achève le mandat de celui qu'il s'agissait de remplacer.

Il existe, en outre, un *Bureau administratif*, qui, sous la direction du Secrétaire général de l'Union, expédie la correspondance, gère les ressources et assure la conservation des archives ainsi que la préparation et la distribution des publications approuvées par l'Assemblée générale.

IV. — *Commissions.*

7. L'Union nomme des *Commissions* pour l'étude de sujets déterminés d'astronomie, pour l'encouragement d'entreprises collectives et pour l'examen de questions de convention et de standardisation.

Ces Commissions présentent des rapports sur les travaux dont elles sont chargées.

8. Le Président et les membres de chacune de ces Commissions sont élus par l'Assemblée générale sur la proposition du Comité exécutif de l'Union. Ils restent en fonctions jusqu'à la fin de l'Assemblée générale ordinaire suivante et sont rééligibles.

Lorsqu'une Commission comprend des membres désignés en partie par l'Union astronomique et en partie par une autre Union rattachée au Conseil international de Recherches, elle a la faculté d'élire elle-même son Président.

Les Commissions établissent elles-mêmes leur règlement d'ordre intérieur; elles peuvent s'adjoindre, par cooptation et à la majorité des deux tiers des voix, de nouveaux membres appartenant aux pays représentés près l'Union et qui ne sont pas nécessairement délégués.

9. Avec l'approbation du Comité exécutif, une Commission peut avoir ses propres publications et confier une partie quelconque de ses travaux à des institutions nationales ou même à des particuliers.

V. — *Assemblées générales.*

10. L'Union se réunit en principe tous les trois ans en Assemblée générale ordinaire. Si l'époque et le lieu de cette réunion n'ont pas été arrêtés par l'Assemblée générale précédente, ils sont fixés par le Comité exécutif et communiqués, quatre mois au moins à l'avance, aux organismes adhérents.

11. Dans des cas spéciaux, le Président peut, avec le consentement du Comité exécutif, convoquer une Assemblée générale extraordinaire; il est tenu de le faire à la demande d'un tiers des voix des pays adhérents.

12. Tous les membres des Comités nationaux peuvent assister aux réunions de l'Assemblée générale et prendre part aux discussions, mais seulement avec voix consultative. Le Président de l'Union peut inviter des hommes de science, non délégués, mais appartenant à des pays adhérents, à assister, à titre consultatif, aux séances de l'Assemblée générale.

Les membres, non délégués, des Commissions mentionnées à l'article 8, ont le droit d'assister, dans les mêmes conditions, aux séances de l'Assemblée générale où sont traitées les questions rentrant dans leurs attributions.

13. L'ordre du jour d'une session est fixé par le Comité exécutif et communiqué au moins quatre mois avant l'ouverture de cette session. Toute question ne figurant pas à l'ordre du jour n'est prise en considération qu'avec l'assentiment préalable de la moitié au moins des voix des pays représentés à l'Assemblée générale.

VI. — *Budget et Droit de vote.*

14. Le Comité exécutif prépare un budget de prévision pour chaque année de la période comprise entre deux sessions. Une Commission financière, nommée par l'Assemblée générale, est chargée de l'étude de ce budget et de la vérification des comptes de l'exercice précédent. Elle établit, sur ces deux questions, des rapports distincts qui sont ensuite soumis à l'Assemblée générale.

A la suite de cet examen financier, l'Union fixe le taux de la part contributive unitaire.

La cotisation due par un pays et le nombre correspondant de voix qui lui sont attribuées sont réglés d'après le barème suivant :

Population du pays.	Nombre de voix.	Nombre de parts unitaires contributives.
Moins de 5 millions d'habitants	1	1
Entre 5 et 10 millions d'habitants	2	2
Entre 10 et 15 » »	3	3
Entre 15 et 20 » »	4	5
Plus de 20 » »	5	8

Les habitants des colonies et protectorats d'un pays sont comptés dans la population de ce pays, si celui-ci le désire, et d'après les indications de son Gouvernement.

Chaque Dominion (Afrique du Sud, Australie, Canada, Nouvelle-Zélande) a un nombre de voix correspondant à sa population et fixé d'après le barème précédent.

La cotisation unitaire perçue pendant la première période de la Convention ne pourra dépasser 1500^{fr} annuellement.

Dans chaque pays, l'autorité qui adhère à l'Union est responsable du paiement de la cotisation de ce pays.

15. Les recettes de l'Union provenant des contributions des divers pays sont consacrées à payer :

1° Les frais de publication et les dépenses accessoires d'administration;

2° Les frais de réduction et de discussion des observations, y compris la rémunération d'assistants.

Les ressources provenant de dons sont utilisées par l'Union en tenant compte des désirs exprimés par les donateurs.

Tout pays qui se retire de l'Union abandonne de ce fait ses droits à l'actif de l'Association.

16. Dans les Assemblées générales, les résolutions concernant les questions d'ordre scientifique sont prises à la majorité des voix de tous les délégués présents. Pour les

questions d'ordre administratif et pour les questions mixtes, le vote a lieu par État, le nombre de voix de chaque État étant fixé à l'article 14.

S'il y a doute sur la catégorie dans laquelle doit être rangée une question à discuter, le Président décide.

Dans les Commissions, les décisions sont prises à la majorité des voix des membres qui les composent, et non par pays.

En toutes circonstances, s'il y a égalité de voix, celle du Président est prépondérante.

17. Pour les questions administratives figurant à l'ordre du jour, un pays qui n'est pas représenté peut envoyer par écrit son vote au Président. Pour être valable, ce vote doit être reçu avant le dépouillement du scrutin.

VII. — *Règlements intérieurs.*

18. L'Assemblée générale peut édicter des règlements intérieurs concernant, soit la conduite de ses travaux, soit les devoirs généraux qui incombent aux membres du Comité, soit, en général, tous objets non prévus par les statuts.

De même, chaque Commission peut élaborer des règlements pour la conduite de ses propres travaux. Avant d'entrer en vigueur, ces règlements doivent être approuvés par l'Assemblée générale. Aucun d'eux ne peut contenir de prescriptions contraires aux termes de la présente convention.

VIII. — *Durée de la convention et modifications.*

19. La présente convention est valable jusqu'au 31 décembre 1931. Après cette date, elle sera renouvelée pour une autre période de douze ans, avec l'assentiment des pays adhérents.

20. Aucun changement ne pourra être apporté aux termes de la présente convention sans l'approbation des deux tiers des voix des pays intéressés.

21. Le présent texte français servira exclusivement pour l'interprétation à donner aux articles de la convention.

A la suite de la lecture de ce Rapport, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Je tiens à adresser les remercîments de l'Académie à notre éminent Secrétaire perpétuel, M. A. Lacroix, qui a présidé avec un plein succès la Conférence des Académies interalliées à Bruxelles. Si la désignation à la présidence dont il a été l'objet est pour lui un honneur personnel, cet honneur rejaillit en même temps sur l'Académie. Je remercie également ceux de nos Confrères qui se sont rendus à Bruxelles pour prendre part aux travaux de la Conférence, et aussi les personnes étrangères à l'Académie qui se sont jointes à eux.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les représentations d'un entier par les formes positives d'Hermite dans un corps quadratique imaginaire* (¹). Note (²) de M. G. HUMBERT.

1. *Extension d'une formule de Dirichlet.* — Soient $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_h$ des formes quadratiques binaires positives, à coefficients entiers ordinaires, choisies, une par classe, dans les h classes *proprement primitives* de discriminant P, et de telle sorte que leurs premiers coefficients soient premiers à 2P.

Dans son Analyse classique, Dirichlet part de la formule (où $\tau = 2$, si $P > 1$; $\tau = 4$, si $P = 1$; et où s est une constante > 1)

$$\frac{1}{\tau}\sum_{j;\,x,\,y} \varphi_j^{-s}(x, y) = \sum \frac{2^\mu}{m'^s}; \tag{1}$$

au premier membre la somme s'étend à $j = 1, 2, \ldots, h$ et aux systèmes d'entiers x, y, premiers entre eux, tels que $\varphi_j(x, y)$ soit premier à 2P; au second, m' parcourt les entiers positifs, *premiers à* 2P, dont $-P$ est résidu quadratique; si $m' = p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots$, μ désigne le nombre des facteurs premiers $p, p', \ldots$ distincts.

On reconnaît que (1) subsiste lorsque, P *n'ayant aucun facteur carré*, autre que 1, m' (impair) admet, *à la puissance un au plus*, un ou plusieurs des facteurs premiers impairs ϖ_i de P; alors, si $m' = p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots \varpi_i \varpi_j \ldots$, le nombre μ est toujours celui des $p, p', \ldots$, les ϖ_i n'étant pas comptés. Naturellement, les $p, p', \ldots$ sont des facteurs premiers impairs dont $-P$ est résidu.

En poursuivant alors l'Analyse de Dirichlet, on met le second membre de (1) sous la forme

$$\prod_r \frac{1 + \frac{1}{r^s}}{1 - \left(\frac{-P}{r}\right)\frac{1}{r^s}},$$

le produit s'étendant à *tous* les entiers premiers impairs r, *y compris les* ϖ_i, et $\left(\frac{-P}{r}\right)$ étant pris nul si r divise P. De là, toujours en suivant Dirichlet,

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 205.

(²) Séance du 18 août 1919.

on déduit, pour l'équation (1), la forme

$$\frac{1}{\tau}\sum_{j;\,x,\,y}\varphi_j^{-s}(x,y)=\sum\frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-\mathrm{P}}{n}\right)\frac{1}{n^s}\,\frac{1}{\sum\frac{1}{n^{2s}}}. \tag{2}$$

Au second membre, n parcourt *tous* les entiers positifs impairs, et $\left(\frac{-\mathrm{P}}{n}\right)=0$ si n n'est pas premier à P. Au premier membre, dans φ_j^{-s}, les x, y prennent tous les systèmes x, y, premiers entre eux, tels que $\varphi_j(x,y)$ soit impair, premier ou non à P, *mais n'admette qu'à la première puissance, au plus, les facteurs premiers* ϖ_i *de* P. D'ailleurs, cette restriction peut être supprimée, car, par les hypothèses de x, y premiers entre eux, de P sans diviseur carré, et par celle faite sur le premier coefficient de la forme $\varphi_j(x,y)$, cette forme ne peut être divisible par ϖ_i^2.

Chassant alors dans (2) le dénominateur $\sum\frac{1}{n^{2s}}$, on trouve, en posant $nx=\xi$, $ny=\eta$,

$$\frac{1}{\tau}\sum_{j;\,x,\,y}\varphi_j^{-s}(\xi,\eta)=\sum\frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-\mathrm{P}}{n}\right)\frac{1}{n^s}; \tag{3}$$

au second membre, n parcourt *tous* les entiers positifs impairs; au premier, les ξ, η prennent, dans φ_j^{-s}, *tous* les systèmes de valeurs entières tels que $\varphi_j(\xi,\eta)$ soit impair.

C'est la formule étendue que nous avions en vue; elle subsiste évidemment *a fortiori* si n parcourt seulement les entiers positifs premiers à un nombre, 2Δ, donné, et si les ξ, η sont tels que $\varphi_j(\xi,\eta)$ soit premier à 2Δ : c'est dans ce sens que nous l'utiliserons.

2. *Retour aux formes d'Hermite.* — A la fin de la Note précédente, nous avons appelé N le nombre des représentations propres, appartenant à un Idéal *donné* I, d'un entier m, positif et premier à 2Δ, par les formes d'Hermite positives, proprement primitives (une par classe), $f_1, f_2, \ldots, f_h$, de discriminant Δ, dans le corps $i\sqrt{\mathrm{P}}$ (ou $\mathfrak{C}$), et nous avons donné l'expression de N. On en conclut la relation, où s est une constante réelle supérieure à 2,

$$\sum_{l;\,x,\,y}\frac{1}{k_l}f_l^{-s}\left(\frac{x}{\mathrm{I}},\frac{y}{\mathrm{I}}\right)=\sum\frac{\mathrm{N}}{m^s}. \tag{4}$$

Au premier membre, k_l est le nombre des transformations linéaires en

elle-même, de déterminant $+1$, de $f_i(x, y)$ (*automorphies*); x, y prennent, dans $f_i\left(\frac{x}{\mathrm{I}}, \frac{y}{\mathrm{I}}\right)$, les systèmes de valeurs, entières dans $\mathfrak{C}$, telles que $\frac{x}{\mathrm{I}}, \frac{y}{\mathrm{I}}$ soient premiers entre eux et que $f_i\left(\frac{x}{\mathrm{I}}, \frac{y}{\mathrm{I}}\right)$ soit premier à 2Δ; au second membre, m parcourt les entiers positifs, premiers à 2Δ, de la forme

$$(5) \qquad m = p^{\alpha} p'^{\alpha'} \ldots \rho^{\beta} \rho'^{\beta'} \ldots,$$

les $p, p', \ldots$ étant des facteurs premiers distincts (>1), premiers à P (et à Δ); les $\rho, \rho', \ldots$ sont les facteurs premiers de P tels que $\left(\frac{-\Delta}{\rho}\right) = +1, \ldots$ $\left(\text{les } \sigma \text{ seraient ceux pour lesquels } \left(\frac{-\Delta}{\sigma}\right) = -1\right)$. Enfin, Δ et P n'ont aucun facteur *impair* commun.

Transformons le second membre de (4), en nous inspirant de l'Analyse de Dirichlet. D'abord, pour $m = 1$, on trouve *directement* $\mathrm{N} = 1$, et N, si m a l'expression (5), est donné (Note précédente) par

$$(6) \qquad \mathrm{N} = p^{\alpha-1}\left[p - \left(\frac{-\mathrm{P}}{p}\right)\right] p'^{\alpha'-1}\left[p' - \left(\frac{-\mathrm{P}}{p'}\right)\right] \ldots 2\rho^{\beta}\, 2\rho'^{\beta'} \ldots.$$

Le second membre de (4) s'écrit donc

$$1 + \sum \frac{1 - \left(\frac{-\mathrm{P}}{p}\right)\frac{1}{p}}{p^{\alpha(s-1)}} \, \frac{1 - \left(\frac{-\mathrm{P}}{p'}\right)\frac{1}{p'}}{p'^{\alpha'(s-1)}} \cdots \frac{2}{\rho^{\beta(s-1)}} \, \frac{2}{\rho'^{\beta'(s-1)}} \cdots;$$

ou, sous forme de produit,

$$\left[1 + \sum_{\alpha=1} \frac{1 - \left(\frac{-\mathrm{P}}{p}\right)\frac{1}{p}}{p^{\alpha(s-1)}}\right] \left[1 + \sum_{\alpha'=1}^{\infty} \frac{1 - \left(\frac{-\mathrm{P}}{p'}\right)\frac{1}{p'}}{p'^{\alpha'(s-1)}}\right] \cdots \left[1 + \sum_{\beta=1}^{\infty} \frac{2}{\rho^{\beta(s-1)}}\right] \cdots,$$

c'est-à-dire, après sommation des progressions géométriques,

$$(7) \qquad \prod_{p} \frac{1 - \left(\frac{-\mathrm{P}}{p}\right)\frac{1}{p^{s}}}{1 - \frac{1}{p^{s-1}}}, \quad \prod_{\rho} \frac{1 + \frac{1}{\rho^{s-1}}}{1 - \frac{1}{\rho^{s-1}}}.$$

Si $\varpi_1, \varpi_2, \ldots$ sont les diviseurs premiers impairs de P (c'est-à-dire les ρ et les σ), le produit $\prod\limits_{\rho}$ s'écrit évidemment, puisque $\left(\frac{-\Delta}{\rho}\right) = +1$ et

$$\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right) = -1,$$

$$\prod_{\varpi} \frac{1+\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi^{s-1}}}{1-\frac{1}{\varpi^{s-1}}};$$

on en conclut, pour la quantité (7), l'expression

$$\prod_{r} \frac{1-\left(\frac{-P}{r}\right)\frac{1}{r^s}}{1-\frac{1}{r^{s-1}}}, \quad \prod_{\varpi}\left[1+\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi^{s-1}}\right],$$

r parcourant tous les nombres premiers ordinaires (>1) premiers à 2Δ, *y compris* les ϖ, et $\left(\frac{-P}{r}\right)$ étant nul si r divise P. Cela s'écrit, par une transformation classique,

$$\sum \frac{1}{n^{s-1}} \cdot \frac{1}{\sum\left(\frac{-P}{n}\right)\frac{1}{n^s}} \cdot \prod_{\varpi}\left[1+\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi^{s-1}}\right],$$

n parcourant les entiers positifs premiers à 2Δ, et $\left(\frac{-P}{n}\right)$ étant nul si n n'est pas premier à P.

Tel est donc le second membre de (4), en sorte qu'on a

$$(8) \qquad \sum_{I;x,y} \frac{1}{k_I} f_I^{-s}\left(\frac{x}{I}, \frac{y}{I}\right) = \sum \frac{1}{n^{s-1}} \cdot \frac{1}{\sum\left(\frac{-P}{n}\right)\frac{1}{n^s}} \cdot \prod_{\varpi}\left[1+\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi^{s-1}}\right].$$

Multiplions maintenant, membre à membre, les équations (8) et (3), cette dernière étant interprétée comme on l'a dit à la fin du n° 1 ci-dessus, en sorte que n se trouve avoir la même signification dans les deux équations; il vient :

$$(9) \qquad \frac{1}{\tau} \sum_{I;x,y} \frac{1}{k_I} f_I^{-s}\left(\frac{x}{I}, \frac{y}{I}\right) \cdot \sum_{j;\xi,\eta}{}' \varphi_j^{-s}(\xi, \eta) = \sum \frac{1}{n^s} \cdot \sum \frac{1}{n^{s-1}} \cdot \prod_{\varpi}\left[1+\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi^{s-1}}\right],$$

la signification des x, y; ξ, η; n, ϖ ayant été indiquée plus haut.

3. *Équation fondamentale.* — Choisissons h idéaux du corps $\mathfrak{C}$, un par classe, par exemple ceux, $I_1, I_2, \ldots, I_h$, respectivement associés aux formes $\varphi_1, \ldots, \varphi_h$; écrivons (9) en y remplaçant I successivement par $I_1, \ldots, I_h$,

et *ajoutons membre à membre les relations obtenues*. Il vient ainsi

$$(10)\qquad \frac{1}{\tau}\sum_{a,l;x,y}\frac{1}{k_l}f_l^{-s}\left(\frac{x}{I_a},\frac{y}{I_a}\right)\cdot\sum_{j;\xi,\eta}{}'\varphi_j^{-s}(\xi,\eta)$$
$$= h\sum\frac{1}{n^s}\cdot\sum\frac{1}{n^{s-1}}\cdot\prod_{\varpi}\left[1+\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi^{s-1}}\right],$$

les x, y ayant par rapport à I_a, dans $f_l\left(\frac{x}{I_a},\frac{y}{I_a}\right)$, la signification indiquée plus haut par rapport à I, et la définition des ξ, η; n, demeurant la même.

Groupons maintenant les termes de Σ et de Σ', au premier membre de (10), de la manière suivante.

Soit $\varphi_j(\xi,\eta)=q\xi^2+2g\xi\eta+l'\eta^2$; elle est associée à l'idéal $I_j=q, g+i\sqrt{P})$. *Donnons-nous* un des idéaux I, soit I_c, et choisissons l'indice a de sorte que l'idéal I_aI_j soit équivalent à I_c, ce qui se peut d'une manière et d'une seule. Associons alors, au premier membre de (10), les termes en φ_j^{-s} et ceux en $f_l^{-s}\left(\frac{x}{I_a},\frac{y}{I_a}\right)$, où $l=1, 2, \ldots, H$, successivement.

Si l'on pose $u=q\xi+(g+i\sqrt{P})\eta$, le nombre u est de I_j; sa norme, uu^0, est $q\varphi(\xi,\eta)$, ou $\varphi(\xi,\eta)\,\mathfrak{N}I_j$, le symbole $\mathfrak{N}$ désignant une norme; on a

$$(11)\quad \frac{1}{k_l}f_l^{-s}\left(\frac{x}{I_a},\frac{y}{I_a}\right)\varphi_j^{-s}(\xi,\eta)=\frac{1}{k_l}\frac{(uu_0)^{-s}}{(\mathfrak{N}I_j)^{-s}}f_l^{-s}\left(\frac{x}{I_a},\frac{y}{I_a}\right)=\frac{1}{k_l}f_l^{-s}\left(\frac{xu}{I_aI_j},\frac{yu}{I_aI_j}\right).$$

Mais les *entiers* de $\mathfrak{C}$, xu et yu, sont de l'idéal I_aI_j, qui équivaut, par hypothèse à I_c. Dès lors (Note précédente, n° 2) le dernier membre de (11) est $\frac{1}{k_l}f_l^{-s}\left(\frac{X}{I_c},\frac{Y}{I_c}\right)$, X et Y étant des entiers de I_c.

De plus, *entre idéaux*, on a (*ibid.*)

$$\frac{X}{I_c}=\frac{xu}{I_aI_j},\qquad \frac{Y}{I_c}=\frac{yu}{I_aI_j},$$

et, puisque le plus grand commun diviseur des *idéaux* $\frac{x}{I_a}$, $\frac{y}{I_a}$ est 1, celui de $\frac{X}{I_c}$, $\frac{Y}{I_c}$ sera l'idéal $\frac{u}{I_j}$.

D'autre part, u est un entier quelconque de I_j, $u=q\xi+(g+i\sqrt{P})\eta$, tel seulement que $\varphi_j(\xi,\eta)$ soit premier à 2Δ; de même $f_l\left(\frac{x}{I_a},\frac{y}{I_a}\right)$ est aussi premier à 2Δ; il en résulte que X et Y sont des entiers des I_c, assujettis uniquement aux conditions suivantes :

1° $f_l\left(\frac{X}{I_c},\frac{Y}{I_c}\right)$ est, en vertu même de (11), premier à 2Δ;

2° Cette condition étant supposée remplie, le plus grand commun diviseur des idéaux $\frac{X}{I_c}$, $\frac{Y}{I_c}$, à savoir $\frac{u}{I_j}$, est un idéal quelconque de la classe conjuguée à celle de I_j; c'est donc un idéal *quelconque*, puisque, *c étant donné*, *j* peut prendre les valeurs 1, 2, ..., *h*.

Donnant ensuite à *c* les valeurs successives 1, 2, ..., *h*, on voit ainsi que le premier membre de (10) prend la forme très simple

$$(12) \qquad \frac{1}{\tau} \sum_{l,\,c\,;\,X,\,Y} \frac{1}{k_l} f_l^{-s}\left(\frac{X}{I_c}, \frac{Y}{I_c}\right),$$

où $l = 1, 2, \ldots, H$, et $c = 1, 2, \ldots, h$; dans l'expression $f_l\left(\frac{X}{I_c}, \frac{Y}{I_c}\right)$, X et Y sont des entiers *quelconques* de l'idéal I_c, soumis *seulement* à la condition que cette expression ait une valeur première à 2Δ.

Avant d'égaler (12) au second membre de (10), il faut y supprimer le facteur $\frac{1}{\tau}$. Car, soit par exemple $P > 1$, d'où $\tau = 2$; en posant

$$(13) \qquad f_l\left(\frac{xu}{I_a I_j}, \frac{yu}{I_a I_j}\right) = f_l\left(\frac{X}{I_c}, \frac{Y}{I_c}\right) = m,$$

on trouve *m* pour les valeurs εx, εy, ηu de *x*, *y*, *u* ($\varepsilon, \eta = \pm 1$), soit *quatre* fois; on le trouve de même pour les valeurs εX, εY, de X, Y, soit *deux* fois : il faut donc, quand on passe des *x*, *y*, *u* aux X, Y, *doubler* la quantité (12), donc supprimer $\frac{1}{\tau}$. Démonstration analogue pour $P = 1$, $\tau = 4$, en prenant $\varepsilon, \eta = \pm 1$ et $\pm i$, ce qui conduit à *quadrupler* (12).

De là la *formule fondamentale :*

$$(14) \qquad \sum_{l,\,c\,;\,X,\,Y} \frac{1}{k_l} f_l^{-s}\left(\frac{X}{I_c}, \frac{Y}{I_c}\right) = h \sum \frac{1}{n^s} \cdot \sum \frac{1}{n^{s-1}} \cdot \prod_{\varpi} \left[1 + \left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right) \frac{1}{\varpi^{s-1}}\right],$$

la signification des X, Y; *n*, ϖ ayant été indiquée plus haut, et *h* étant le nombre des classes d'idéaux du corps $i\sqrt{P}$. Pour $P = 1$, on retrouve une *formule de M. Fatou* (*Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 505).

4. *Application.* — Supposons, pour simplifier, *m* entier positif, premier à 2Δ *et à* P; on déduit aisément de (14) cette proposition :

Le nombre total des représentations de m, propres ou non, appartenant aux idéaux $I_1, I_2, \ldots, I_h$, *par l'ensemble des formes* $f_1, \ldots, f_H$, *une représentation par* f_l *comptant pour* $1 : k_l$, *est h fois la somme des diviseurs (entiers, positifs) de m.*

ASTRONOMIE. — *Les travaux de La Caille, particulièrement à l'Observatoire du Collège Mazarin*. Note [1] de M. G. BIGOURDAN.

Vers la fin prématurée de sa carrière, dans un Mémoire sur la théorie du Soleil, paru l'année même de sa mort, La Caille indiquait ainsi le plan de travail qu'il s'était tracé (*Mém. Acad.*, 1757, p. 108) :

Le système d'observations que je me proposai de suivre, il y a quelques années, renfermoit deux branches de l'Astronomie; la théorie du Soleil et la position des principales étoiles fixes. J'ai terminé cette année tout ce que j'avois projeté de faire à cet égard....

Pour déterminer la position des principales Étoiles, il ne falloit que des observations et des calculs; cette partie n'exigeoit aucune discussion. Je me suis donc contenté d'en faire imprimer les détails dans le Livre intitulé : *Astronomiæ fundamenta*, etc.

La partie qui regarde la théorie du Soleil, exige un grand nombre de calculs de différente espèce, beaucoup de réflexions et de remarques critiques, à cause des différentes hypothèses adoptées par ceux qui ont publié des tables du Soleil....

La théorie du Soleil et la détermination des principales étoiles constituent, en effet, une importante partie des travaux de La Caille; mais son œuvre est beaucoup plus ample, car il y joignit : le premier Catalogue stellaire fait par zones, — la détermination de la réfraction, — celle des parallaxes (☉, ☾, ♂), — la mesure d'un degré de méridien, — la mise au point de la méthode des distances lunaires pour les longitudes en mer, etc.

Théorie et Tables solaires. — L'importance de cette théorie est évidente, puisque, en réalité, elle fixe à chaque instant la position de l'observatoire mobile d'où nous observons; et c'est par elle qu'il faut commencer.

On vient de voir l'idée que se faisait La Caille de ses difficultés : elles étaient énormes, en effet, car si depuis un siècle on obtenait des positions précises, on commençait à peine de savoir les corriger de l'aberration et de la nutation; en outre, bien peu de tentatives avaient été faites pour appliquer le principe de la gravitation au calcul des grandes inégalités produites par l'attraction de la Lune et des planètes.

Tout était donc à reprendre à la base, en s'aidant des résultats les plus récents. Non seulement La Caille multiplie ses excellentes observations, mais il reprend la discussion des anciennes, celles de Cocheou-King (1278), de Waltherus (1475), de Guillaume de Hesse, pour déterminer l'obliquité de l'écliptique et sa variation encore si incertaine; — la longueur de l'année;

---

[1] Séance du 7 juillet 1919.

en même temps il renouvelle une méthode imaginée par Képler pour déterminer l'apogée, — il établit des formules pratiques et longtemps employées après lui pour calculer l'aberration et la nutation, — et il applique les inégalités récemment découvertes (équation lunaire; perturbations produites par Jupiter et Vénus sur la Terre).

C'est ainsi qu'il forma ses *Tabulæ solares*, fruit de 15 ans de travail, dépassant beaucoup en précision tout ce qui avait été fait jusque-là; aussi 70 ans plus tard Delambre écrivait qu'on y avait peu ajouté encore, en dehors de l'avantage tiré d'une plus longue suite d'observations.

Catalogues stellaires. — Lorsque La Caille inaugura ses observations stellaires (1746), on commençait d'entrevoir l'importance des mouvements propres, et cependant on ne disposait que du catalogue de Flamsteed, basé sur des observations anciennes, pour lesquelles on n'avait pu tenir compte de l'aberration et de la nutation encore inconnues.

Aussi divers astronomes dont nous avons vu les efforts, Godin et de Fouchy, Le Monnier, etc., avaient-ils entrepris un catalogue des principales étoiles zodiacales; et Le Monnier avait obtenu déjà des résultats. Néanmoins presque tout était à reprendre *ab ovo*, et c'est ce que fit La Caille en 1746.

Quelle méthode choisir, du moins pour les ascensions droites? Aujourd'hui et depuis longtemps on adopterait sans hésitation la lunette méridienne; mais par les exemples de Halley, de Le Monnier, qui l'abandonnent après l'avoir adoptée, nous savons combien elle était encore imparfaite; et on lui préférait généralement le quart de cercle mural. Mais c'est par des *hauteurs correspondantes* prises au quart de cercle mobile que l'on vérifiait la lunette méridienne et le mural; dès lors, ne valait-il pas mieux employer directement cette méthode des hauteurs correspondantes? Pour la précision il n'y avait pas de doute; mais alors que dans une nuit elle permet de déterminer au plus 10 à 12 étoiles, un mural en donne 200. Elle a donc un seul défaut, celui d'être extrêmement laborieuse; mais pour La Caille cela compte d'autant moins qu'il ne possède point de mural; et il adopte la méthode des hauteurs correspondantes, qui lui donne les passages au vrai méridien à $0^s,25$ près.

Pour les hauteurs, il se sert d'abord du secteur (n° 10), puis de son célèbre sextant (n° 9), qu'il faut naturellement employer dans deux positions pour déterminer le vrai zéro.

Au collége Mazarin, il observe surtout les étoiles boréales (1746 oc-

tobre 29 — 1750 juillet 1) et au Cap les étoiles australes; enfin il complète le travail des hauteurs à Paris, tout en déterminant la réfraction.

Pour bien fixer la position de l'équinoxe, il observe en même temps le Soleil, particulièrement au Cap dont la latitude est avantageuse; et aussitôt il publie en *détail* ses observations originales (*Astr. fund.*, 1757) : ainsi fut formé un *Catalogue général et fondamental de* 397 *étoiles*, rapportées à 1750,0 et déterminées avec une précision dont on n'avait pas encore d'exemple (¹).

Plus tard, avec son sextant pour les hauteurs et sa lunette méridienne, récemment acquise, pour les passages, La Caille entreprit un catalogue de 800 étoiles, choisies principalement dans la région écliptique.

Les observations furent commencées en septembre 1760, et La Caille fit des efforts incroyables pour les terminer dans l'hiver de 1761 à 1762; mais, emporté par son ardeur, il négligea un rhume et fut enlevé par une fluxion de poitrine le 21 mars 1762, à 6^h du matin : il avait déterminé 515 étoiles sur 800, et elles forment le *Catalogue zodiacal* qui fut publié l'année suivante par Bailly, son élève et son ami (*Ephém.* de 1765-1775, p. lxv-lxxviij) : il est rapporté à 1765,0 et il semble que les originaux des observations soient perdus.

La Caille n'avait pas borné ses projets aux étoiles brillantes, car, dès 1742, il avait présenté un *Projet de nouveau Catalogue* (*Mém. Acad.*, 1742, H. 63-71) embrassant toutes les étoiles visibles « avec une lunette de 2 ou 3 pieds » c'est-à-dire jusqu'à la 8ᵉ grandeur, qu'il voulait rapporter par zones de 80′ de large à un petit nombre d'étoiles brillantes et connues, au moyen d'une lunette fixe munie d'un réticule approprié. Il songea même à se transporter sous le ciel plus favorable du Languedoc pour décrire ainsi le ciel visible dans nos latitudes; mais il ne put mettre ce projet à exécution

(¹) Une nouvelle réduction de ces observations a été faite récemment par K.-R. Powalky, astronome d'origine allemande établi aux États-Unis : *A new Reduction of La Caille observations...*, travail publié dans *Report... of the U. S. Coast and Geodetic Survey...*, june 1882, p. 469-499 (Appendix nº 21). — Voir aussi *Astr. Nachr.*, t. 89, 1877, col. 183-190, 193-204; t. 90, 1877, col. 21-28. — Le Mémoire du *Report* est suivi d'un Rapport de C.-H.-F. Peters (p. 500-502) : la lecture de l'un et l'autre de ces travaux montre la place considérable qu'occupe La Caille dans l'Astronomie du XVIIIᵉ siècle.

L'éditeur de *A Catalogue of* 9766 *stars...* (voir ci-après) dit, en parlant du Catalogue de fondamentales de La Caille : *The first modern Catalogue of any pretension to accuracy* (p. vij, note).

qu'au Cap, où, en 9 mois (1751 septembre 20 → 1752 juin 25), il détermina ainsi 10000 étoiles (1) entre le tropique du Capricorne (− 23°) et le pôle sud (voir *Cœlum australe*, 1763), sans d'ailleurs négliger en rien les observations qui étaient le but de son voyage.

Il semble comme embarrassé d'une si riche récolte, car il explique longuement pourquoi il a observé ainsi de si petites étoiles, et il ajoute que « *celui qui regardera ces étoiles comme inutiles... pourra retrancher toutes celles qu'il voudra* (p. xii) ». Loin de les juger inutiles, les astronomes modernes regrettent vivement que le travail n'ait pas été étendu au ciel entier; même, à mesure que les étoiles fondamentales ont été mieux connues, ils ont perfectionné graduellement l'œuvre de La Caille et l'ont mise sous une forme plus commode (2).

Parallaxes de ☾, ♀, ♂, ☉. — La Caille avait formé lui-même le projet de voyage au Cap, approuvé ensuite par l'Académie, et il en expose ainsi le but (*Mém. Acad.*, 1751, p. 523) :

En partant de France je m'étois proposé trois choses que je devois achever dans l'espace d'une année entière. La première et la principale étoit de déterminer les positions des plus belles étoiles australes, savoir, de celles de la première, seconde et troisième grandeur, et même de celles de la quatrième qui sont voisines de l'Ecliptique.

Le second objet de mon voyage étoit d'observer les parallaxes de la Lune, de Mars périgée, et de Vénus en conjonction inférieure. J'avois laissé pour cela à Paris un

---

(1) Il employa pour cela une lunette fixée à son quart de cercle de 3 pieds, ce qui lui permettait de bien raccorder en déclinaison les diverses zones.

Cette lunette, de 26 pouces 3 lignes $\frac{1}{3}$ ($0^m,7113$) de foyer et de 6 lignes d'ouverture ($13^{mm},5$), portait un oculaire de 3 pouces 3 lignes ($0^m,088$), c'est-à-dire grossissant 8 fois; elle avait un champ de près de 3°.

H. Faye, dans son enthousiasme justifié, notait qu'avec cette ouverture, inférieure au diamètre d'une pièce de 50 centimes, La Caille avait pu déterminer 10000 étoiles en 9 mois.

(2) La Caille lui-même avait, sur ses 10000 étoiles, choisi les 1930 qu'il apercevait à l'œil nu et les avait mises sous la forme ordinaire de Catalogue. Voir *Mém. Acad.*, 1752, p. 539), où il donne les positions apparentes. Dans le *Cœlum australe*, p. 141, il donne leurs positions moyennes pour 1750,0 et, sur un planisphère, les constellations qu'elles forment.

En 1838, la *British Association* fit entreprendre une nouvelle réduction de toutes les étoiles de La Caille ainsi observées par zones, ce qui donna l'Ouvrage bien connu : *A Catalogue of* 9766 *Stars in the Southern Hemisphere*..., from the observations of the *abbé de La Caille*, London, 1847.

petit écrit où je marquois de quelle manière je comptois faire ces observations, afin que les Astronomes d'Europe pussent agir de concert avec moi, comme il est nécessaire pour parvenir à la connoissance des parallaxes.

Le troisième objet étoit d'établir la position du Cap de Bonne-Espérance, qui est un des points les plus importans de la Géographie.

On vit alors tous les astronomes de l'Europe attentifs à suivre le programme de La Caille; et beaucoup d'entre eux ont déduit, de l'ensemble concerté des observations, les parallaxes du Soleil et de la Lune. La Caille publia immédiatement ses observations (*Mém. Acad.*, 1748, p. 601-612; 1751, p. 310-318 et errata), mais, donnant aux autres le temps de faire une publication complète, il ne publie ses propres calculs de parallaxe qu'en 1760 (*Mém. Acad.*, 1760, H.108-110, M.73-97). En distribuant les observations de Mars en deux séries, il trouve pour $\Pi♂$, parallaxe horizontale de Mars, les valeurs 26″,8 et 26″,2, ce qui donne pour celle du Soleil $\Pi_{\odot}$: 10″,2 et 9″,1. Les observations peu nombreuses de Vénus lui donnent $\Pi_{\odot} = 10'',38$, et les hauteurs méridiennes du Soleil comparées à celles d'Arcturus donnent $\Pi_{\odot} = 9'',94$.

Pour la Lune, il trouve l'année suivante (*Mém. Acad.*, 1761, H.117, M.1-57) $\Pi_{☾} = 57'13'',1$: on adopte aujourd'hui 57′2″,25.

Réfraction. — Par ce que nous avons dit à propos de Le Monnier, nous connaissons les deux méthodes jusqu'alors employées pour construire une Table de réfraction. La Caille en imagina une troisième « extrêmement ingénieuse », préférable aux autres, et basée sur les positions relatives de Paris et du Cap, villes écartées en latitude d'environ 90°; par suite une étoile qui passe à Paris vers le zénith culmine au Cap dans le voisinage de l'horizon, et inversement. Il choisit donc des couples d'étoiles tels que l'une des étoiles du couple culmine vers le zénith de Paris et vers l'horizon du Cap, et inversement pour l'autre : 47 couples pareils, généralement observés avec son sextant, lui donnent pour le Cap une réfraction moyenne inférieure de $\frac{1}{50}$ à celle de Paris. Ce résultat acquis, il peut conclure les latitudes de Paris et du Cap, et enfin construire sa Table générale des réfractions indépendamment de toute hypothèse sur la constitution de l'atmosphère; cette Table est aussi la première qui ait donné le moyen de tenir compte de la pression et de la température, en partant d'un état moyen de 28 pouces ($0^m,7580$) et de 10° R (12° C.).

Sa méthode n'éliminait pas les erreurs de l'instrument; et les discussions assez nombreuses, soulevées autour de cette question, établissent que

son célèbre sextant avait son arc trop grand de 10″ environ, de sorte qu'il marquait 59°59′50″ quand il aurait dû marquer 60°. La différence ne correspond qu'à $\frac{1}{10}$ de millimètre sur la longueur de cet arc, quantité dont il était alors difficile de répondre.

Maskelyne, qui a le premier expliqué la défectuosité des réfractions de La Caille, ajoute :

On n'en doit pas moins avoir pleine confiance dans les nombreux travaux de l'astronome qui, par son adresse et les ressources qu'il a imaginées, a su se mettre à l'abri des erreurs de son instrument; erreur qu'il corrigeait par l'opération même par laquelle il tenait compte de la réfraction.

Quant à la méthode elle-même, sa valeur pratique est encore pleinement reconnue, car récemment elle a été reprise par les observations concertées des observatoires de Leyde et du Cap.

PLIS CACHETÉS.

Mlle M. **Dydyńska** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 16 juillet 1918 et inscrit sous le n° 8552.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *L'application de l'électrosmose à la fabrication mécanique de la vaisselle de faïence.*

(Renvoi à l'examen de M. H. Le Chatelier.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

E. Doublet, *Le voyage de circumnavigation du* « Bordelais » *de 1816 à 1819.* (Présenté par M. G. Bigourdan.)

MM. **Gabriel Arnaud**, **Alfred Boquet** et **L. Nègre**, **L. Décombe**, **A. Dustin**, **A.-S. Eddington**, **Marcel Frois**, **F. Moreau**, **P. Pruvost** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation aux différences finies.* Note (¹) de M. N.-E. **Nörlund**, transmise par M. Appell.

Je me propose d'étudier l'équation

$$G(x+\omega)+G(x)=2\varphi(x), \tag{1}$$

$\varphi(x)$ étant une fonction donnée, ω étant un nombre positif. Soit $G(x)$ une solution quelconque de cette équation, la solution la plus générale est de la forme

$$G(x)+\pi(x),$$

$\pi(x)$ étant une fonction périodique quelconque telle que

$$\pi(x+\omega)=-\pi(x).$$

Mais en regardant ces solutions en nombre infini, on peut se rendre compte qu'il y en a, parmi elles, une seule qui se distingue nettement des autres et qui est, pour ainsi dire, la plus simple. Je l'appelle *la solution principale.* C'est la solution principale qui est réellement intéressante et il n'y a pas lieu de s'occuper des autres. Cette solution dépend de la variable x et, en outre, du paramètre ω. Je la désigne par $G(x\,|\,\omega)$.

Si la fonction $\varphi(x)$ est un polynome du degré m, on voit immédiatement qu'il y a un et un seul *polynome* qui satisfait à l'équation (1). Ce polynome est la solution principale. Il s'exprime de la manière suivante par les polynomes d'Euler $E_\nu(h\,|\,\omega)$

$$G(x+h\,|\,\omega)=\sum_{\nu=0}^{\nu=m}\varphi^{(\nu)}(x)\,\frac{E_\nu(h\,|\,\omega)}{\nu!},$$

h étant un nombre quelconque.

Voici un autre cas particulier où l'on peut trouver immédiatement la solution principale. Considérons la série

$$2\sum_{s=0}^{\infty}(-1)^s\varphi(x+s\omega). \tag{2}$$

Si cette série converge, elle représente la solution principale. Mais malheureusement, dans les cas les plus intéressants, la série diverge. Pourtant

(¹) Séance du 18 août 1919.

toute bonne méthode qu'on peut imaginer, pour résoudre l'équation (1), doit prendre pour point de départ la série (2), même si elle diverge. La théorie des séries divergentes, due à M. Borel, s'applique avec un plein succès dans ce domaine de la théorie des fonctions, et c'est là peut-être une de ses plus belles applications. J'introduis dans la série (2) un facteur de convergence, soit $\sigma(x, \eta)$, que je fais ensuite tendre vers *un* en faisant tendre le nombre positif η vers zéro. Je définis ainsi la solution principale par une limite de la forme

$$(3) \qquad G(x \mid \omega) = 2 \lim_{\eta=0} \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \varphi(x + s\omega)\,\sigma(x + s\omega, \eta).$$

Le choix qu'il convient de faire de la fonction σ est une question à la fois intéressante et délicate. On peut choisir cette fonction d'une infinité de manières, mais en lui imposant certaines restrictions, on démontre que la limite (3), si elle existe, *ne dépend pas de σ, de sorte que la définition est unique*. Mais ce point demande de longues explications et je n'y entre pas ici. Je me borne à considérer un cas particulier qui est d'ailleurs assez important. Je suppose que la fonction $\varphi(z)$ admette une dérivée continue d'un certain ordre, soit d'ordre m, telle que la série

$$\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \varphi^{(m)}(z + s\omega)$$

converge uniformément dans l'intervalle $x \leq z \leq x + \omega$. Dans ces conditions on démontre que la limite (3) existe, par exemple si l'on suppose que $\sigma(x, \eta) = e^{-\eta x}$ et aussi pour une infinité d'autres fonctions σ. Mais, *dans ce cas particulier*, on peut déduire de l'expression (3) diverses autres expressions analytiques qui sont fort remarquables et dans lesquelles la fonction σ ne figure plus, de sorte qu'on peut vérifier directement et très aisément que la fonction $G(x \mid \omega)$ ne dépend pas de σ.

Remarquons d'abord qu'il résulte de l'expression (3) que la solution principale satisfait à la relation

$$\sum_{s=0}^{n-1} (-1)^s G\left(x + \frac{s\omega}{n} \,\middle|\, \omega\right) = G\left(x \,\middle|\, \frac{\omega}{n}\right),$$

n étant un entier impair quelconque.

A l'aide de la formule sommatoire d'Euler, on peut transformer l'expres-

sion (3) et, après un double passage à la limite, on trouve

$$(4)\qquad G(x+h\,|\,\omega)=\sum_{\nu=0}^{m-1}\varphi_{(x)}^{(\nu)}\frac{E_\nu(h\,|\,\omega)}{\nu!}+R_m,$$

où l'on a posé

$$(5)\qquad R_m=\int_0^\infty \varphi_{(x+z)}^{(m)}\frac{\dot{E}_{m-1}(h-z)}{(m-1)!}\,dz.$$

On suppose ici que $0\leqq h\leqq\omega$. La fonction $\dot{E}_m(z)$, qui entre dans le terme reste, est une fonction périodique de z qui satisfait à la relation

$$\dot{E}_m(z+\omega)=-\dot{E}_m(z)$$

et qui, dans l'intervalle $0\leqq z\leqq\omega$, est égale au polynome d'Euler $E_m(z)$.

Si l'on fait tendre m vers l'infini la série (4) sera en général divergente, mais on peut opérer avec cette série en toute sûreté, en tenant compte du terme reste qui se représente par une intégrale convergente. Si m est pair et si l'on pose $h=\frac{\omega}{2}$, le terme reste peut s'écrire sous la forme

$$(6)\qquad R_m=\frac{E_m\,\omega^m}{m!\,2^{m-1}}\sum_{s=0}^{\infty}(-1)^s\varphi^{(m)}(x+s\omega+\Theta\omega),$$

Θ étant compris entre 0 et 1, les $\hat{E}_m$ étant les nombres d'Euler. Si m est impair, et si l'on pose $h=0$, le terme reste peut s'écrire sous la forme $(0<\Theta<1)$:

$$(7)\qquad R_m=\frac{C_m\,\omega^m}{m!\,2^{m-1}}\sum_{s=0}^{\infty}(-1)^s\varphi^{(m)}(x+s\omega+\Theta\omega),$$

les C_m étant les nombres dont il a été question dans ma Note [1] précédente. On peut donner au terme reste une forme plus simple et plus précise, si l'on suppose que, quand z croît de x à l'infini, $\varphi^{(m)}(z)$ tend vers zéro en variant toujours dans le même sens, et qu'il en est de même de $\varphi^{(m+1)}(z)$. Dans ces conditions, on trouve au lieu de l'expression (6)

$$R_m=\frac{E_m}{m!}\left(\frac{\omega}{2}\right)^m\varphi^{(m)}(x+\Theta\omega),$$

et au lieu de l'expression (7)

$$R_m=\frac{C_m}{m!}\left(\frac{\omega}{2}\right)^m\varphi^{(m)}(x+\Theta\omega).$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 166.

Dans les deux cas, Θ est un nombre compris entre o et $\frac{1}{2}$. Dans ces deux cas, la série (4) possède donc la même propriété que la série de Stirling. Quand on s'arrête à un certain terme, l'erreur commise est plus petite que la valeur absolue du premier terme négligé.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la notion de moyenne dans le domaine fonctionnel.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

1. La notion de moyenne dans le domaine fonctionnel est due à R. Gateaux [1], Une fonction $x(t)$, définie et continue entre o et 1, peut être approchée par une *fonction simple d'ordre n*, prenant des valeurs constantes $x_1, \ldots, x_n$ dans chacun des intervalles $\left(0, \frac{1}{n}\right), \ldots, \left(\frac{n-1}{n}, 1\right)$. Si, dans un certain domaine de l'espace fonctionnel, on ne considère que les fonctions simples d'ordre n, une fonctionnelle Φ de $x(t)$ devient une fonction $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$; on sait ce qu'on doit appeler sa valeur moyenne. La limite de cette valeur pour n infini sera par définition la moyenne de la fonctionnelle dans le domaine considéré.

Dans l'espace à n dimensions, la mesure de la portion du domaine considéré pour lequel φ est compris entre λ et $\lambda + d\lambda$ peut se mettre sous la forme $ca^{n-1}\, d\lambda$, $c\, d\lambda$ étant la distance moyenne des surfaces $\varphi = \lambda$ et $\varphi = \lambda + d\lambda$. La moyenne de φ est alors définie par la formule

$$\mu_n \int_{-\infty}^{+\infty} ca^{n-1}\, d\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} ca^{n-1} \lambda\, d\lambda.$$

Il arrivera en général que pour n infini a ait une valeur principale de la forme $f(\lambda) g(n)$. Si $f(\lambda)$ n'est différent de zéro que dans un intervalle fini, et atteint sa limite supérieure dans cet intervalle pour une valeur unique μ de λ, la limite de μ_n pour n infini est μ. Ce nombre doit être considéré comme la valeur moyenne de la fonctionnelle Φ, non qu'il soit une véri-

---

(1) Voir *Bull. Soc. math.*, 1918.

table moyenne au sens ordinaire de ce mot (moyenne entre des valeurs *différentes* de Φ), mais parce que, quelque petit que soit ε, le domaine où Φ n'est pas compris entre $\mu - \varepsilon$ et $\mu + \varepsilon$ a une mesure infiniment petite, pour n infini, par rapport au reste du domaine. En termes moins précis, Φ a *presque partout* la valeur μ.

Cette circonstance a été observée par Gateaux dans des cas particuliers. Mais elle est très générale et domine un grand nombre de questions de calcul fonctionnel. Ainsi, *elle se produit toutes les fois qu'on cherche la moyenne d'une fonctionnelle uniformément continue à la surface ou à l'intérieur d'une sphère*, les notions de fonctionnelle continue et de sphère ayant la signification qui résulte de ce qu'on définit la distance r des points de l'espace fonctionnel représentant les fonctions $x(t)$ et $y(t)$ par la formule

$$r^2 = \int_0^1 [y(t) - x(t)]^2 dt.$$

On peut évidemment former des exemples de cas où la circonstance signalée ne se produit pas, soit dans le cas de la sphère pour une fonctionnelle non continue comme $x(\tau)$, τ étant une valeur particulière de t), soit pour des volumes autres que la sphère (par exemple un cylindre).

2. Les remarques précédentes ont une application dans l'étude de la courbure des surfaces. Les définitions des mots *angles* et *courbure d'une ligne* résultant sans ambiguïté de celle de la distance, nous appellerons *courbure moyenne* en un point d'une surface la moyenne des courbures des différentes sections normales, la définition précise de cette moyenne se ramenant à une moyenne sur une sphère. Le théorème précédent s'applique alors, pourvu qu'au point considéré la courbure normale varie d'une manière continue avec la direction de la tangente, et l'on peut dire, employant un langage peu précis, mais dont le sens résulte clairement de ce qui précède : *la courbure normale a la même valeur dans presque toutes les directions ; cette valeur est la courbure moyenne.*

Par suite, sur une *surface minima*, en un point A déterminé, la courbure moyenne est nulle dans presque toutes les directions. En d'autres termes, si l'on coupe cette surface par une sphère infiniment petite Σ de centre A, la distance des points de la section au plan P tangent à S en A est dans presque toutes les directions infiniment petite d'ordre supérieur à 2.

On peut aller plus loin et montrer que, pour une sphère Σ de rayon finie, la distance au plan P est nulle pour presque tous les points de la section considérée. Il en est même ainsi pour leur distance à tout autre plan P′ passant A. On s'explique cette circonstance en observant que presque tous les points de Σ sont sur P, et que, pour des raisons analogues, la section de Σ par P, et par suite par S qui diffère très peu de P, a presque tous ses points sur P. Cela ne serait plus vrai bien entendu si S n'était pas minima.

On peut résumer ces énoncés, en langage peu précis, en disant qu'une surface minima est *presque un plan*, non seulement au point de vue infinitésimal, mais même au point de vue fini.

3. Les considérations précédentes montrent la raison de certaines circonstances que j'ai indiquées dans une précédente Note (14 avril 1919). J'ai énoncé que, si une fonctionnelle U est harmonique, les surfaces U = const. sont des surfaces minima. On peut donc résoudre le problème Dirichlet pour une surface S en déterminant les surfaces minima U = const. dont la trace sur S est connue.

D'autre part, on peut résoudre le problème de Dirichlet par une formule de la moyenne qu'on peut énoncer comme suit : la valeur de U en un point A est égale à la moyenne de U sur S, les éléments de la surface S ayant des poids proportionnels aux angles solides sous lesquels ils sont vus de A.

A première vue, ces deux énoncés paraissent contradictoires ; le premier fait dépendre la valeur de U en A des valeurs de U à l'intersection de S et d'une certaine surface minima Σ passant par A ; le second la fait dépendre de toutes les valeurs de U sur la surface S. On voit qu'il n'y a pas contradiction si l'on observe que, vue de A, l'intersection de S avec une surface minima passant par A constitue presque toute la surface S (énoncé bien connu dans le cas où la surface minima est un plan et où S est une sphère de centre A ; un grand cercle constitue, à notre point de vue, presque toute la sphère).

Le théorème énoncé au début pourrait faire craindre que l'extension de la notion de moyenne à l'espace fonctionnel manque d'intérêt. Nous pensons, au contraire, qu'il n'est pas sans intérêt de constater l'extension possible, avec des simplifications résultant toutes de ce théorème, des théories relatives à la courbure des surfaces, au potentiel et aux fonctions harmoniques.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur les efforts intérieurs dans un corps homogène isotrope en équilibre élastique.* Note [1] de M. CH. PLATRIER, présentée par M. E. Goursat.

1. J'emploie la notation adoptée par M. Appell dans son *Traité de Mécanique rationnelle* (t. 3, Chap. XXXVII, *Notions sur la théorie de l'Élasticité*, p. 503 et suivantes de la 2e édition).

Les équations indéfinies de l'équilibre s'écrivent :

$$(1)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial N_1}{\partial x} + \dfrac{\partial T_3}{\partial y} + \dfrac{\partial T_2}{\partial z} = \rho X, \\ \dfrac{\partial T_3}{\partial x} + \dfrac{\partial N_2}{\partial y} + \dfrac{\partial T_1}{\partial z} = \rho Y, \\ \dfrac{\partial T_2}{\partial x} + \dfrac{\partial T_1}{\partial y} + \dfrac{\partial N_3}{\partial z} = \rho Z. \end{cases}$$

et si le corps est isotrope :

$$(1)\qquad \begin{cases} -\mu\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{1}{2}(N_1 - \varpi N), \\ -\mu\dfrac{\partial v}{\partial y} = \dfrac{1}{2}(N_2 - \varpi N), \\ -\mu\dfrac{\partial w}{\partial z} = \dfrac{1}{2}(N_3 - \varpi N); \end{cases} \qquad (2)\qquad \begin{cases} -\mu\left(\dfrac{\partial w}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial z}\right) = T_1, \\ -\mu\left(\dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\right) = T_2, \\ -\mu\left(\dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial y}\right) = T_3 \end{cases}$$

avec

$$(3)\qquad \varpi = \frac{\lambda}{3\lambda + 2\mu} \quad \text{et} \quad N = N_1 + N_2 + N_3.$$

Les fonctions $N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3$ qui satisfont aux équations (1) et (2) ne sont pas indépendantes : en écrivant les conditions d'intégrabilité de ces équations aux dérivées partielles par rapport aux fonctions $-\mu u$, $-\mu v$, $-\mu w$, on obtient en effet les relations de liaison écrites ci-dessous et qui, *a priori*, en raison de la forme des seconds nombres de (1) et de (2) ne dépendent de λ et μ que par le paramètre ϖ, c'est-à-dire par le rapport $\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)$,

[1] Séance du 18 août 1919.

savoir :

$$
\text{(II)}\quad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2(N_1-\varpi N)}{\partial y\,\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T_2}{\partial y}+\frac{\partial T_3}{\partial z}-\frac{\partial T_1}{\partial x}\right),\\
&\frac{\partial^2(N_2-\varpi N)}{\partial z\,\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T_3}{\partial z}+\frac{\partial T_1}{\partial x}-\frac{\partial T_2}{\partial y}\right),\\
&\frac{\partial^2(N_3-\varpi N)}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial T_1}{\partial x}+\frac{\partial T_2}{\partial y}-\frac{\partial T_3}{\partial z}\right);\\
&2\frac{\partial^2 T_1}{\partial y\,\partial z} = \frac{\partial^2(N_3-\varpi N)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2(N_2-\varpi N)}{\partial z^2},\\
&2\frac{\partial^2 T_2}{\partial z\,\partial x} = \frac{\partial^2(N_1-\varpi N)}{\partial z^2}+\frac{\partial^2(N_3-\varpi N)}{\partial x^2},\\
&2\frac{\partial^2 T_3}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial^2(N_2-\varpi N)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(N_1-\varpi N)}{\partial y^2}.
\end{aligned}\right.
$$

Le problème d'élastostatique qui se pose le plus fréquemment dans la pratique est le suivant : Connaissant les forces de masse (X, Y, Z) à l'intérieur d'un corps V en équilibre élastique et les efforts (T_x, T_y, T_z) sur sa surface S, déterminer les efforts intérieurs dans V. Or :

$$
\text{(III)}\quad \left\{
\begin{aligned}
T_x &= N_1\alpha + T_3\beta + T_2\gamma,\\
T_y &= T_3\alpha + N_2\beta + T_1\gamma,\\
T_z &= T_2\alpha + T_1\beta + N_3\gamma,
\end{aligned}\right.
$$

α, β, γ désignant les cosinus directeurs de la normale à la surface S au point x, y, z, si bien qu'au point de vue analytique, le problème posé se traduit ainsi : Déterminer six fonctions $N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3$ qui satisfont dans le volume V aux neuf relations (I) et (II) et sur la surface S aux relations (III).

2. Les relations (II) ne dépendent de λ et μ que par le rapport $\frac{\lambda}{\mu}$ comme nous l'avons remarqué plus haut et les relations (I) et (III) en sont indépendantes; d'où :

Théorème I. — *A l'intérieur d'un corps homogène isotrope en équilibre élastique les efforts dépendent des forces de masse, des efforts sur la surface extérieure, de la forme de cette surface et d'un seul nombre caractéristique du milieu (par exemple le rapport $\frac{\lambda}{\mu}$ des coefficients de Lamé).*

La déformation du corps, au contraire, dépend en outre de la constante caractéristique μ, et il résulte de la forme des relations (1) et (2) que :

Théorème II. — *Si les forces de masse, les efforts sur la surface extérieure, la forme de cette surface et le nombre caractéristique du milieu sont les mêmes pour deux corps homogènes isotropes en équilibre élastique, leurs déformations sont inversement proportionnelles à leurs constantes caractéristiques* μ.

3. Les relations (II) montrent en outre que les conditions nécessaires et suffisantes pour que les efforts intérieurs soient indépendants de ϖ sont

$$\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 N}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial y} = 0.$$

Or N est égal, au signe près, à $(3\lambda + 2\mu)\theta$, en désignant par θ la dilatation cubique, d'où :

Théorème III. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'à l'intérieur d'un corps homogène isotrope en équilibre élastique les efforts soient indépendants de la nature du milieu est que la dilatation cubique soit proportionnelle à la distance à un plan fixe ou constante.*

4. Ces circonstances se présentent en particulier quand la déformation dérive d'une fonction et quand simultanément les forces de masses sont nulles ou constantes en grandeur et direction, d'où :

Corollaire I. — *Quand, à l'intérieur d'un corps homogène isotrope en équilibre élastique, simultanément les forces de masse sont constantes (ou nulles) et les déformations dérivent d'une fonction, les efforts intérieurs sont indépendants de la nature du milieu.*

5. En dérivant les équations (I) respectivement par rapport à x, y, z, remplaçant les dérivées de T_1, T_2, T_3 par leurs expressions résultant des dernières relations (II) et ajoutant membre à membre les trois égalités obtenues, on voit que

$$(1 - 2\varpi)\Delta N = \rho\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right). \tag{4}$$

Or, si N est linéaire en x, y, z, ΔN et par suite le second membre de (4) sont nuls, d'où :

Corollaire II. — *Le champ des forces de masse doit être solénoïdal pour que, dans un corps homogène isotrope en équilibre élastique, les efforts intérieurs puissent être indépendants de la nature du milieu.*

ASTRONOMIE. — *Deux découvertes de comètes, l'une par* **Metcalf** *à Harvard Observatory, l'autre par* **Borrelly** *à Marseille.* Télégrammes transmis par M. **B. Baillaud.**

Le Bureau provisoire de centralisation des télégrammes astronomiques a reçu les télégrammes suivants :

1° Le 22 août : Observatoire Paris; Metcalf découvrit une comète le 20,6007 août; ascension $22^h 48^m$; nord vingt-cinq; grandeur 8. — Bailey.

Ce télégramme était envoyé par la direction de l'Observatoire de Harvard Collège.

Il fut transmis par nous à 23 Observatoires associés. La comète fut observée à Paris par M. Giacobini et à Besançon par M. Chofardet, qui remettent aujourd'hui à l'Académie leurs observations faites les 22 et 23. L'Observatoire de Lyon nous a envoyé le lendemain le télégramme suivant contenant une observation de la même comète :

Observatoire Paris, Saint-Genis-Laval 24, 12^h.

Comète Metcalf août 23, $12^h 44^m,4$ Lyon, $\alpha = 341° 3' 15'' = 22^h 44^m 13^s,0$; $\delta = 30° 35' 45''$; grandeur 9,0.

2° Le 24 août : Marseille 24, $9^h 50^m$. Comète Borrelly, août $23^h 9^m 54^s,7$. Marseille; $\alpha = 211° 6' = 14^h 4^m 24^s$; $\delta = 26° 52'$; mouvement sud-est; grandeur 9,0.

Ce télégramme a été transmis aussi aux Observatoires associés.

Il me sera permis de rappeler que c'est en 1866, il y a 53 ans, que M. Borrelly découvrit sa première petite planète (voir *Comptes rendus*, t. 63, 1866, p. 764, et *Table générale des Comptes rendus*. Le nom de Borrelly ne figure ni dans la Note du Tome 63, ni dans la Table des noms du même volume; il est donné dans la Table générale.

ASTRONOMIE. — *Observations des comètes Metcalf et Kopff, faites à l'Observatoire de Paris (équatorial de la tour de l'Est de* $0^m,40$ *d'ouverture).* Note de M. **Giacobini**, présentée par M. B. Baillaud.

Comète Metcalf.

Date. 1919.	★.	Comète — Étoile. ΔR.	δ.	Nombre de compar.	Gr.
Août 22.......	1	$-0^m.40^s,54$	$-0'.8'',5$	12:6	9,0

Positions apparentes de la comète.

Date. 1919.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Août 22..	11.45.35	22.46.49,46	$\bar{1},060_n$	+28.22.55,2	0,499

COMÈTE KOPFF.

Dates. 1919.	★.	Comète — Étoile Æ.	Comète — Étoile δ.	Nombre de comp.	Gr.
		m s	′ ″		
Août 22........	2	+3.16,41	+5.12, 5	9: 6	11,0
» 23........	3	−0.47,66	−1.17, 8	9: 6	»

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1919.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Août 22....	9.46.42	19.29.38,95	$\bar{2},450$	−8.15.52,3	0,866
» 23....	8.31.20	19.30. 4,76	$\bar{2},970_n$	−8.14.34,6	0,870

Positions des étoiles de comparaison.

★.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
1....	22.47.25,72	+4,28	+28.22.40,3	+23,4	Anon. rapp. à Cambridge A.13716
2....	19.26.18,37	+4,17	− 8.21.21,2	+16,4	Wien-Ottakring, 6785
3....	19.30.48,26	+4,16	− 8.13.33,3	+16,5	Wien-Ottakring, 6821

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète périodique Kopff et de la comète Metcalf (1919 b) faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Besançon.* Note de M. P. CHOFARDET, présentée par M. B. Baillaud.

Dates. 1919.	Temps moyen de Besançon.	ΔÆ.	ΔDP.	Nombre de compar.	Æ apparente.	Log. fact. parall.	DP apparente.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″		° ′		° ′ ″		
Août. 16...	9.35.18	+1. 8,98	+5.34,4	9: 6	19.27.31,56	$8,432_n$	98.26.39,4	$0,860_n$	*a*, K
» 18...	9.49.22	+1.44,40	+1.26,1	12:12	19.28. 6,97	$7,975_n$	98.22.31,0	$0,859_n$	*a*, K
» 19...	10. 1.51	+2. 4,69	−0.26,0	9:12	19.28.27,26	$8,589_n$	98.20.38,9	$0,859_n$	*a*, K
» 20...	10.43.19	−2.10,13	+2.26,7	9:12	19.28.49,75	$9,067_n$	98.18.54,2	$0,857_n$	*b*, K
» 22...	9.50.50	−1.21,20	−0.35,3	12: 9	19.29.38,67	$8,581_n$	98.15.52,1	$0,859_n$	*b*, K
» 23...	9.18. 6	−1.25,33	+0.32,8	12: 9	22.44.36,78	$9,552_n$	59.42.59,6	$0,560_n$	*c*, M
» 23...	10.22.21	−1. 4,53	−0. 7,8	12: 9	22.44.29,31	$9,417_n$	59.37. 0,5	$0,484_n$	*d*, M

Positions des étoiles de comparaison.

★	Gr.	Æ moyenne 1919,0.	Réduction au jour.	DP moyenne 1919,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
a......	7,6	19.26.18,38	+4,20	98.21.21,2	−16,2	A.G. Wien-Ott., 6785
a......	»	»	+4,19	»	−16,3	id.
a......	»	»	+4,19	»	−16,3	id.
b......	9,3	19.30.55,69	+4,19	98.16.44,2	−16,7	A.G. Wien-Ott., 6822
b......	»	»	+4,18	»	−16,8	id.
c......	8,4	22.45.57,79	+4,32	59.42.50,2	−23,4	A.G. Leiden, 9690
d......	8,5	22.45.29,52	+4,32	59.37.31,7	−23,4	A.G. Leiden, 9686

Remarques. — Août 16 : au début de l'observation, la comète Kopff est estimée de 11e grandeur, mais, vers la fin, l'éclat est très atténué par le lever de la Lune et la formation de vapeurs nuageuses.

Août 18. Le ciel est beau. La comète, de grandeur 10,5, apparaît ronde : la chevelure s'estompe selon un diamètre voisin de 1′,5 avec, sensiblement au centre, une condensation écrasée et floue.

Août 19, 20 et 22. L'aspect de la comète est analogue à celui du 18 août.

Août 23 : grossissement 66. — La comète, estimée de 9e grandeur, se présente sous la forme d'un amas nébuleux, arrondi et large d'environ 5′; une condensation assez étalée en occupe le centre sans offrir de noyau précis. Absence de queue.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation du chlorure de cyanogène par la méthode de Held.* Note de MM. **Ch. Mauguin** et **L.-J. Simon**, transmise par M. Ch. Moureu.

Le chlore, en agissant sur le cyanure de sodium en solution aqueuse, s'unit à la fois au métal et au radical CN pour donner du sel marin et du chlorure de cyanogène

$$\mathrm{CN\,Na} + 2\,\mathrm{Cl} = \mathrm{Cl\,CN} + \mathrm{Na\,Cl}.$$

Dès que cette réaction se produit, une autre l'accompagne, qui se manifeste par un changement rapide dans l'aspect de la solution ; d'abord incolore, elle jaunit, brunit et noircit; le rendement en chlorure de cyanogène se ressent de cette altération. Elle est due à la réaction mutuelle du chlorure de cyanogène et du cyanure de sodium. En mélangeant deux solutions aqueuses refroidies de ces deux substances, on observe les mêmes apparences : jaunissement, brunissement, noircissement et précipitation d'un solide brun noir qui est sans doute du paracyanogène

$$x\,\mathrm{Cl\,CN} + x\,\mathrm{CN\,Na} = x\,\mathrm{Na\,Cl} + (\mathrm{CN}-\mathrm{CN})^{x}.$$

Held a proposé, en 1897, une méthode évitant l'apparition de cette substance. Il ajoute à la solution de cyanure alcalin du sulfate de zinc : *un tiers de molécule pour quatre molécules de cyanure*. En opérant ainsi, l'expérience ne réussit pas et les observateurs qui ont tenté de la répéter ont échoué.

C'est en supposant la formation d'un cyanure double de zinc et de potassium réglée par la formule

$$4KCN + SO^4Zn = Zn(CN)^2 2KCN + SO^4K^2$$

que Held avait conçu son artifice, et, effectivement, il décrit d'abord une expérience dans laquelle il emploie les proportions correspondantes (*quatre molécules de cyanure pour une de sulfate*) des deux substances. Mais devant l'apparition du cyanure de zinc, il rejette ces proportions et propose celles qui ont été indiquées plus haut et qui, dans nos expériences, n'ont pas abouti au résultat cherché. Au contraire, avec les proportions qui correspondent au complexe cyané, les résultats sont très satisfaisants; plus de 25 essais ont été conduits en variant les dilutions sans rencontrer aucun obstacle.

L'action du chlore sur le composé zincocyané se fait en deux temps :

1° Le chlore disloque le complexe, forme du chlorure de cyanogène et du cyanure de zinc insoluble qui se précipite :

$$Zn(CN)^2 2NaCN + 4Cl = Zn(CN)^2 + 2ClCN + 2NaCl.$$

On verse dans la solution de cyanure la solution zincique : le cyanure de zinc se précipite puis se redissout très vite par agitation ; on a ainsi la solution du complexe cyané. Cette opération est accompagnée d'un dégagement de chaleur sensible. On refroidit et l'on fait passer un courant de chlore : le gaz est absorbé et le cyanure de zinc est précipité. Brusquement, l'opération se ralentit : le premier stade est terminé.

A ce moment, le poids du chlore absorbé et celui du cyanure de zinc recueilli sont conformes à la formule ci-dessus. On recueille en chlorure de cyanogène pur et sec, à l'état liquide, 80 pour 100 du rendement théorique.

Le cyanure de zinc recueilli peut être employé à préparer le complexe cyané : il suffit, pour cela, de le redissoudre dans une solution aqueuse de cyanure de sodium renfermant la quantité de ce cyanure calculée d'après la formule du complexe cyané.

2° Revenons à la réaction précédente : le cyanure de zinc s'est précipité et l'absorption du chlore s'est ralentie brusquement. Continuons, cepen-

dant, à faire passer ce gaz : le cyanure de zinc, attaqué à son tour par le chlore, disparaît peu à peu et une quantité de chlorure de cyanogène se produit :

$$Zn(CN)^2 + 4Cl = ZnCl^2 + 2ClCN.$$

La fin de cette seconde période est marquée par la disparition des derniers flocons de cyanure de zinc. Cette action du chlore sur un précipité est lente; pour qu'elle soit intégrale il faut une agitation plus vive et plus permanente. Avec cette précaution la quantité de chlore absorbée est égale à celle qui est fixée dans la première période et le rendement en chlorure de cyanogène est le même.

Analyse. — La pureté du produit a été contrôlée comme il suit :

1° Un excès de soude transforme le chlorure de cyanogène en cyanate et chlorure de sodium

$$ClCN + 2NaOH = CNONa + NaCl + H^2O.$$

La soude en excès est dosée par l'acide sulfurique titré en présence de phtaléine du phénol; le cyanate est neutre à cet indicateur. *Tout se passe comme si une molécule de chlorure de cyanogène neutralisait deux molécules de soude à la manière d'un biacide.*

2° Le cyanate de sodium ainsi formé est traité par un excès connu d'acide sulfurique titré : l'acide cyanique libéré se décompose immédiatement en gaz carbonique et ammoniaque qui passe à l'état de sulfate

$$CNONa + H^2O + SO^4H^2 = SO^4NaNH^4 + CO^2.$$

L'excès d'acide sulfurique est déterminé au moyen d'une liqueur titrée de soude en présence d'hélianthine. *Tout se passe comme si une molécule de cyanate, correspondant à une molécule de chlorure de cyanogène neutralisait une molécule d'acide sulfurique à la manière d'une base bivalente comme la baryte.*

3° et 4° La solution neutralisée en présence d'hélianthine renferme une molécule de chlorure et une molécule d'ammoniaque pour chaque molécule de chlorure de cyanogène utilisé. En déterminant sur une partie aliquote de la solution le chlore par une solution titrée de nitrate d'argent et sur une autre partie l'ammoniaque par la méthode de Schlœsing, on a deux nouvelles données analytiques qui doivent concorder avec les deux autres.

Exemple numérique. — Dans une expérience, sur $1^g,2706$ de liquide placé

dans une ampoule de verre mince qu'on brise par agitation dans un flacon renfermant 50$^{cm^3}$ de soude de titre 1, on a trouvé, comme il vient d'être dit :

1° Alcalimétrie 1,270;
2° Acidimétrie 1,270;
3° Chlorométrie 1,267;
4° Dosage d'ammoniaque 1,276.

En résumé la méthode indiquée par Held fournit avantageusement le chlorure de cyanogène pur à condition de rejeter les proportions de sulfate de zinc qu'il avait indiquées et de choisir au contraire celles qu'il avait rejetées, bien qu'elles fussent conformes à sa suggestion théorique.

GÉOLOGIE. — *Au sujet d'une submersion récente des côtes du Morbihan.* Note de M. **Ch. Pussenot**, présentée par M. Pierre Termier.

Si l'on met en courbes de niveau, en prenant une faible équidistance, la carte marine de l'estuaire de la Vilaine et des régions voisines, à l'échelle de $\frac{1}{25000}$, il apparaît, malgré le comblement des fonds par des dépôts terrigènes étudiés d'une façon remarquable par M. Barrois [1], que la vallée de ce fleuve se prolonge sous la mer jusqu'au Sud de Belle-Ile où elle s'efface à une profondeur de 70 mètres. En outre, la même carte met en évidence une topographie compliquée qui est due, avant tout, au modelé du fond rocheux. Or, ce modelé ne peut être le résultat ni de l'action des courants marins actuels puisque leur vitesse ne dépasse pas 2 nœuds 5, ni de celle des flots qui, en général, décroît rapidement au-dessous de la surface. Il convient donc de l'attribuer à une abrasion incomplète ayant pour facteur principal un changement, relativement rapide, du niveau du sol ou de celui de la mer. Une *submersion récente* des côtes du Morbihan ne semble donc pas pouvoir être mise en doute, mais on a d'autres preuves positives de son existence.

Des *sondages* ont été faits en Vilaine, près de la Roche-Bernard, en 1901, et à Redon, en 1903, pour le compte du Service des Ponts et Chaussées. Je dois de les avoir connus, dès 1904, à l'obligeance de M. l'Ingénieur de ce Service, qui occupait alors le poste de Vannes. Voici un très bref résumé des résultats obtenus, et rapportés à la cote 0 de la carte à $\frac{1}{80000}$.

---

[1] Ch. Barrois, *Sur les phénomènes littoraux actuels du Morbihan* (*Ann. Soc. géol. du Nord*, t. 24, 1896, p. 182).

Entre les deux piles du pont suspendu de la Roche-Bernard, il y a eu 24 sondages aux points indiqués par les lettres dans le plan suivant :

Pile		a^3 b^3 c^3 d^3		e^3 f^3 g^3 h^3		Pile
rive	← 44^m →	a^2 b^2 c^2 d^2	← 51^m →	e^2 f^2 g^2 h^2	← 44^m →	rive
gauche.		a^1 b^1 c^1 d^1		e^1 f^1 g^1 h^1		droite.

Distance entre les sondages dans les rangs de 4, 8^m; dans ceux de 3, 9^m.

Comme en chacun des points désignés par la même lettre les résultats ont été les mêmes, à très peu de chose près, je ne les donne que pour les premiers d'entre eux, a^1, b^1, c^1, etc.

a^1 : — 6,5, vase; — 17,6, sable et petits cailloux granitiques; — 18, roche.

b^1 : — 6,3, vase; — 19,6, sable, fragments granitiques et lignite; — 20,1, roche.

c^1 : — 6,1, vase; — 21,3, sable et petits cailloux granitiques; — 22,4, fond présumé.

d^1 : — 8,2, vase; — 21,9, sable, gravier et fragments granitiques anguleux; — 24, fond présumé.

e^1 : — 9, vase; — 23,3, sable et gravier quartzeux éboulant; — 26,3, fond présumé.

f^1 : — 9,5, vase; — 23,5, sable et gravier quartzeux; — 27, fond présumé.

g^1 : — 10, vase; — 23,7, sable et gravier granitiques et quartzeux éboulant; — 26,1, fond de quartz.

h^1 : — 10,6, vase; — 24,5, sable et gravier granitiques et fragments; — 26,6, fond présumé.

Les cailloux ramenés sont analogues à ceux des rives.

Le chef sondeur estimait que le « fond présumé » n'était que du gravier compact. Mais l'agglomération des alluvions de base dans le lit d'un cours d'eau paraît peu vraisemblable; aussi, le gravier compact dont il s'agit doit-il être regardé plutôt comme le produit de l'altération superficielle de la granulite sous-jacente. En outre, le profil dressé à l'aide des sondages, en tenant compte du fait que chacune des piles du pont est construite sur le roc, au bord même de l'eau, fait voir que la profondeur ne saurait augmenter sensiblement en allant de f^1 vers la rive droite. L'ancien thalweg est donc, en ce point, à peu près à 27^m au-dessous du niveau moyen de la mer. Une différence de cote aussi considérable ne peut provenir que d'une *submersion partielle de la vallée*, submersion que le passage brusque du sable et du gravier à la vase indique comme ayant dû être rapide.

A Redon, on a fait cinq sondages sur la rive droite du fleuve, aux environs de la cale, et trois sur la rive gauche, vis-à-vis des précédents. Ils ont rencontré le versant droit de la vallée primitive, et ont montré que ce ver-

sant est recouvert d'alluvions formées de gravier d'éboulis et de schiste en décomposition. Voici le détail des quatre principaux d'entre eux.

N° 1, sur la rive droite : + 4, terrain naturel; 0, vase; — 12, gravier quartzeux; — 12,7, argile ou gravier; — 18,2, argile mélangée de schiste en décomposition; — 18,6, schiste en décomposition; — 31, arrêt du sondage.

N° 2, à 15^{m} environ en amont du précédent : + 4, terrain naturel; 0, vase; — 12, gravier quartzeux; — 12,6, schiste en décomposition; — 28, arrêt du sondage.

N° 5, à 40^{m} environ en amont du n° 2 : + 1,5, berge (cob); — 2, vase; — 6, gravier d'éboulis; — 7,5, roche isolée; — 8,3, éboulis et schiste en décomposition de nature analogue aux couches inférieures des sondages n°s 1 et 2; — 21, arrêt du sondage.

N° 8, sur la rive gauche, en face du n° 5 : + 4, berge (remblai); — 0,8, vase; — 11,4, gravier d'alluvions mélangé de vase; — 13,2, schiste en décomposition; — 17, gravier d'éboulis; — 17,4, roche très dure (grès schistoïde); — 18,5 arrêt du sondage.

Ces résultats confirment l'existence d'une *submersion récente de la vallée*, mais avec cette particularité que le schiste en décomposition n'a pas été traversé à — 31^{m}. Le fond du lit primitif est donc beaucoup plus bas et se trouve, par conséquent, très sensiblement au-dessous de la cote (— 27) qu'il a près de la Roche-Bernard, soit à plus de 30^{km} à l'aval. Cette différence peut s'expliquer de plusieurs manières. En particulier, on peut la considérer comme étant le résultat d'un affaissement local du sol ou d'un inégal affaissement du sol, dans un mouvement de même sens qui se serait étendu à toute la région.

GÉOPHYSIQUE. — *A propos de la prismation des coulées basaltiques.* Note [1] de M. **Adrien Guébhard**, transmise par M. H. Douvillé.

Dans la plupart des études faites sur la solidification des laves, ou, plus généralement, des silicates ou métaux fondus, une singulière inadvertance a vicié les résultats formulés et suscité les justes protestations de certains observateurs. Si c'est, en effet, la densité du corps solide *prise à la température ordinaire* que l'on compare à celle de la fonte, *prise souvent bien au-dessus du point de fusion*, il n'y a rien de bien étonnant à ce que la

(1) Séance du 18 août 1919.

rétraction normale correspondant à une chute de température de plus de 1000° empêche d'apercevoir un petit crochet à maximum et minimum de la courbe des dilatations au moment du changement d'état ([1]).

Or, pour le premier, même en ne calculant que par défaut, sur un coefficient de dilatation de 10^{-5}, le volume solide à la température de fusion de 1500°, cela suffit pour donner confirmation du fait de la dilatation au moment de la *prise*, fait qu'utilisent couramment les fondeurs pour le moulage concurremment avec celui du *retrait* ultérieur, de plus de 1 pour 100 au total, qui facilite le détachement des pièces.

Pour le basalte, une analyse détaillée du phénomène de la prismation permet de se rendre compte que ce n'est nullement en s'excluant les unes les autres, comme semble le faire dire à un géologue américain, M. R. Sosman, une Note récente de M. C. Dauzère ([2]), mais en se succédant et s'adjuvant dans un ordre nécessaire et régulier, qu'y concourent, outre la dilatation du moment de la prise et la rétraction de la chute à basse température, la particularité du cloisonnement cellulaire, dont je fus le premier, il y a 22 ans ([3]), à signaler le rôle et à formuler les lois dans le refroidissement des liquides abandonnés au repos.

C'est grâce à la propriété qu'ont les laves de se dilater, comme l'eau, en se solidifiant, qu'une croûte superficielle a pu se former, arrêtant en vase clos le déplacement de la masse fluide et créant les conditions de repos nécessaires à l'instauration des courants de convection thermique et à leur encellulement entre les dernières surfaces de flux nul du mouvement d'ensemble antécédent ([4]).

([1]) Quand on pense avec quelles difficultés a pu être établie la courbe relative à l'eau, on devine ce qu'il peut en être aux températures de fusion des silicates.

([2]) R. Sosman, *Journ. of Geology*, t. 24, 1916, p. 215. — C. Dauzère, *Sur la formation des colonnes de basalte* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 76).

([3]) *Sur les phénomènes de ségrégation moléculaire observables sur les liquides troubles abandonnés au repos* (*Soc. fr. de Phys.*, 16 juillet 1897, p. 107-115, 8 pl.).

([4]) Parmi les premières lois notées avait été celle de la nécessité du repos apparent du liquide, hors duquel ne peut s'établir l'équilibre mobile des courants de convection, ni s'enregistrer automatiquement, sur plaques photographiques, le tachetage ou le réseau cellulaire, dans les alignements duquel se reconnaît l'influence directrice des dernières agitations du bain et la trace des surfaces d'écoulement nul, nées au contact des filets tourbillonnaires hélicoïdaux, matérialisation des « tubes de force » des mathématiciens, en lesquels se subdiviseraient toujours spontanément les mouvements liquides, d'après d'anciennes observations personnelles (*Comptes rendus*, t. 125, 1897, p. 814; t. 126, 1898, p. 589; *Rev. scient.*, t. 8, 1897, p. 814-819; t. 9, 1898, p. 75-

L'irrégularité de ce mouvement au voisinage de la surface supérieure et l'impossibilité, pour la circulation tourbillonnaire, de prendre naissance dans la zone où le refroidissement, au lieu d'alourdir les molécules et de provoquer leur chute, les pousse vers le plafond, sont deux raisons concordantes pour expliquer la formation nécessaire du « chapeau non prismé » des colonnades basaltiques, sur une épaisseur déterminée par l'enfoncement initial de la surface isotherme de minimum de densité.

En dessous seulement de cette surface, entre celle de solidification et celle de maximum de densité, peut se régulariser la circulation tourbillonnaire et la constitution de cellules, dont la hauteur se trouve réglée par la distance où la chute des molécules refroidies se trouve arrêtée par un réchauffement suffisant pour changer le signe de la force vive et le sens du mouvement. De là, dans le liquide dense, la superposition de plusieurs étages de tourbillonnements, séparés par des surfaces rigoureusement fixées par le jeu naturel de la convection et non par le hasard circonstanciel « d'arrêts périodiques dans la propagation de la solidification ». La lenteur extraordinaire de cette propagation, exagérée par le caractère puissamment isolant de la croûte, permet à la pâte, de plus en plus visqueuse, de garder finalement l'empreinte figée des dernières trajectoires tourbillonnaires et des surfaces nodales et ventrales caractéristiques de tout mouvement stationnaire des liquides, avec des traces constatables, sur les derniers noyaux solidifiés, de la haute compression créée, à l'intérieur d'une carapace dorénavant presque inextensible, par la dilatation gênée qui, à l'air libre, provoque les explosions de « bombes » volcaniques.

En réalité, chaque cellule, une fois solidifiée, est à l'état de bombe chargée, comprimant, du dehors au centre, des densités et, par conséquent, des réactions élastiques croissantes, de sorte que la masse entière de la coulée, entre son « chapeau » et son plancher, représente comme une larme batavique immense dont chaque élément (en l'espèce, les cellules pétrifiées) est maintenu pressé contre les voisins par la contention de la croûte qui les enserre. Tant que celle-ci est intacte, et à moins qu'elle ne soit empêchée, par ses adhérences externes, de suivre les rétractions nor-

---

79; *C. R. Soc. géol.*, 1912, p. 185, etc.). D'autre part, la loi de la proportionnalité approchée du diamètre des cellules à leur hauteur, qui semble exclure, pour des raisons de stabilité, la possibilité de prismes très allongés, a pu trouver un correctif dans la viscosité croissante du liquide et tourner la difficulté, de la façon exposée dans le texte.

males jusqu'à la température ordinaire (auquel cas naîtraient dans son intérieur de vraies tensions de *retrait*), l'ensemble de ces rétractions, même s'il dépasse la somme des dilatations temporaires de la première heure, ne saurait qu'accentuer l'inégalité de répartition interne des tensions potentielles, qui, à la première rupture de la croûte, se porteront sur les plans de densité moindre ou de plus facile clivage pour débiter la roche suivant les gaines de délimitation des mouvements tourbillonnaires, en colonnes prismatiques verticales, elles-mêmes formées d'articles superposés, s'écaillant en coques emboîtées, enveloppe fossilisée des derniers filets giratoires.

En un mot, ce n'est pas *tantôt* par un phénomène de retrait et *tantôt* par la loi des coupures cellulaires, comme le croit, avec M. R. Sosman, M. Dauzère, que s'est produite la prismation des basaltes, mais toujours par l'action successive et coordonnée de ces deux causes physiques, elles-mêmes subordonnées à une troisième, dont le rôle principal a été trop méconnu, même par Longchambon : la propriété de foisonnement momentané qu'ont tous les silicates à l'instant de la solidification [1].

AGRONOMIE. — *Les irrigations et les arrosages en Syrie et en Palestine.* Note [2] de M. **Paul Parmentier**, présentée par M. Guignard.

I. *De l'eau.* — La Syrie n'a que deux saisons bien caractéristiques : une saison de pluies qui s'étend de novembre à mars inclusivement et une saison de sécheresse qui comprend le reste de l'année.

La question de l'eau rend la saison sèche particulièrement angoissante au point de vue agricole, d'autant plus que le déboisement complet des montagnes du pays met à sec, pendant plusieurs mois, la plupart des cours d'eau. Je ne connais guère que la plaine de la Béka, circonscrite par le Liban et l'Anti-Liban, qui permette, grâce à son origine marécageuse, à sa température plutôt européenne et aux nombreux ruisseaux qui la sillonnent, de

(1) La prismation fréquente des laitiers métallurgiques fournit des exemples assurément plus probatoires que celui du nitrate de soude, où c'est sur une couche « de quelques millimètres d'épaisseur » que M. Dauzère observe « la grande hauteur des prismes » et trouve des imitations photographiables « des colonnades basaltiques les plus connues ».

(2) Séance du 18 août 1919.

pratiquer des canaux d'irrigation et de submerger les cultures quand il en est besoin. Partout ailleurs on est obligé de recourir à des captages et à des forages parfois difficiles et toujours dispendieux.

II. *Les irrigations et les arrosages.* — Cette opération, telle qu'elle est pratiquée, me paraît très défectueuse à tous les points de vue. Suivant le niveau auquel se trouve la couche aqueuse, on creuse des puits, plus ou moins profonds, d'où l'on extrait l'eau au moyen de pompes actionnées par des moteurs à gaz pauvre. Cette eau est recueillie dans de vastes réservoirs construits aux endroits les plus élevés des cultures, où elle est prise par un système de tuyautage et de petits canaux cimentés, pour être distribuée en des points judicieusement déterminés.

Deux cas sont à considérer suivant qu'il s'agit de *plantations arborescentes :* orangers, bananiers, etc., ou de *cultures maraîchères*. Je laisse de côté les céréales et les plantes sarclées de grandes culture qui, à de rares exceptions près, sont ordinairement privées d'eau.

a. Plantes arborescentes. — A Jaffa, par exemple, où la culture de l'oranger, du citronnier et du bananier a pris une réelle importance (2000^{ha} environ, à raison de 880 arbres à l'hectare, 1100 pour le bananier, plantés en lignes droites et en regard les uns des autres), on creuse une cuvette, de 1^{m} à $1^{m},20$ de diamètre environ, au pied de chaque arbre, auquel, tous les 5-12 jours, on donne une moyenne de 600^{l} d'eau.

Si l'on veut bien se rappeler que les racines n'absorbent l'eau qu'à leur extrémité, au niveau de leur assise pilifère, on remarquera qu'une très grande quantité de cette eau (au moins 80 pour 100) échappe à la plante, soit par infiltration dans les couches profondes du sol, soit surtout par évaporation, à cause de la chaleur excessive de la région. La persistance du feuillage de ces plantes forme un écran assez compact qui constitue un obstacle à la libre circulation de l'air et entretient sous les arbres une atmosphère chaude, presque saturée d'humidité, milieu très favorable à l'éclosion des maladies cryptogamiques et nuisible, dans une certaine mesure, à l'épanouissement complet des qualités commerciales du fruit.

b. Cultures maraîchères. — Le système d'irrigation et d'arrosage est aussi défectueux ici. La perte d'eau est aussi considérable et le contact de cette eau avec les parties aériennes de la plante, surtout dans les irrigations par submersion partielle, provoque un durcissement des organes de la plante

destinés à être consommés à l'état vert ou frais (salades, haricots, petits pois, pommes de terre, navets, radis, etc.). Des expériences, faites antérieurement par moi, me permettent d'affirmer qu'il ne faut pas chercher ailleurs la cause de durcissement anormal de ces divers légumes et conséquemment de leur dépréciation sur les marchés.

III. *Méthode nouvelle.* — Cette méthode, que je préconise parce qu'elle élimine tous les inconvénients et pertes signalés plus haut, consiste essentiellement à remplacer les cuvettes d'arrosage des arbres et les rigoles d'irrigation ou les submersions partielles des plantes maraîchères, par des cylindres creux, ouverts aux extrémités et percés latéralement à l'une d'elles de petits trous sur une hauteur de dix centimètres environ. Ces cylindres, en fonte, en ciment ou en terre cuite, ont une capacité maxima de vingt litres pour les plantations arborescentes et plus faible pour les plantes maraîchères [1]. L'extrémité, pourvue de trous latéraux, est celle qui doit être mise en terre. Ces cylindres sont enterrés à une profondeur légèrement supérieure à celle où se trouvent les radicelles, suivant les interlignes formées par les arbres; de sorte que chacun de ceux-ci se trouve au centre d'un carré dont les sommets sont représentés par quatre cylindres. Les cylindres forment des lignes parallèles à celles des arbres et alternent avec ceux-ci. Pour remplir d'eau ces cylindres, une modification de la canalisation des réservoirs à la plantation est seule nécessaire. Les canaux doivent être remplacés par des tuyaux en fonte ou en ciment disposés le long des plantations à la façon d'une canalisation d'eau et être munis, de distance en distance, de prises d'eau identiques à celles établies dans les villes pour les pompes à incendie. Ces prises permettraient de visser un long tuyau en toile imperméable et à gros débit pour activer le remplissage des cylindres.

Conclusions. — *Quatre-vingts litres d'eau*, complètement utilisés par la plante, remplaceraient parfaitement, pour le même temps, les *six cents litres* employés actuellement, d'où économie considérable de *cinq cent vingt litres par arbre* et, d'autre part, plus d'atmosphère humide, confinée sous les arbres, ni de durcissement des légumes verts.

---

[1] Des pots à fleurs défoncés, des drains cassés, voire même de vieilles boîtes de conserves perforées intérieurement, peuvent très bien être utilisés en culture maraîchère. On les dispose en nombre suffisant dans les plates-bandes, suivant les besoins d'eau de la plante cultivée.

BOTANIQUE. — *Sur le* Macaranga saccifera *Pax, Euphorbiacée myrmécophile de l'Afrique tropicale.* Note de M. **Em. De Wildeman**, présentée par le prince Bonaparte.

Lorsque, en 1894, Pax décrivit (¹) le *Macaranga saccifera* sur des plantes provenant de la région de Mukenge (Congo belge), il attira l'attention sur le fait que cette plante, grâce à ses glandes, aux oreillettes de la base du limbe foliaire et à la transformation de ses stipules en sacs, pouvait constituer un type nouveau de plante myrmécophile (²).

Peu avant la description de cette espèce, E. Laurent en avait récolté des échantillons dans les environs de Kondue, Batempa et dans la région située entre Lusambo et le Lomani. Depuis, plusieurs collecteurs belges ont rapporté cette plante d'autres régions du Congo, même du nord de l'Équateur, dans le district des Bangala; ils nous ont permis de faire remarquer sa très grande variabilité (³).

Des récoltes de 1914, du Dʳ Bequaert, chargé de mission au Congo belge, nous montrent le *M. saccifera* Pax dans la région de l'Aruwini, à Panga (N.-E. du Congo), et d'après la *Flora of tropical Africa*, le R. P. Klaine a également découvert la plante au Gabon, dans les environs de Libreville (⁴).

L'espèce que l'on considérait comme endémique dans le bassin du Congo, se retrouve donc en dehors de ce bassin, dans la zone côtière occidentale. Mais dans les deux régions qui se rapprochent au point de vue floristique, cette plante paraît caractéristique des forêts marécageuses qui abondent dans le bassin central congolais, comme dans la forêt côtière de la région équatoriale.

Au point de vue biologique, à celui des rapports existant entre la plante et les fourmis, le *M. saccifera* est indiscutablement d'un certain intérêt.

(¹) Engler, *Bot. Jahrb.*, 19, 1894, p. 43, Tab. I, A, B.

(²) Une très bonne figure de ce *Macaranga* a aussi été publiée dans Engler, *Pflanzenwelt Afrikas*, I, 2, p. 644, fig. 555. Pour la forme des feuilles, comme pour celle des stipules, elle est supérieure à celle qui a été publiée en 1894, lors de la description de l'espèce.

(³) De Wildeman, *Mission Laurent* (1903-1904), p. 130, pl. XXXIX, XL et XLI.

(⁴) Prain, *Flora of trop. Africa*, VI, 1, p. 934.

Au moment de la publication de la diagnose de cette espèce, son auteur insistait sur l'impossibilité dans laquelle il se trouvait de démontrer la présence de fourmis dans les stipules sacciformes et, dès lors, sa proposition d'élever cette espèce au rang de myrmécophyte, reposait pour lui sur une analogie avec d'autres plantes appartenant sans conteste à cette catégorie biologique.

Il faisait ressortir également que le *Macaranga saccifera* n'était pas le premier myrmécophyte du genre, le *M. caladifolia* Beccari, possédant des tiges renflées vers l'extrémité, creuses et habitées par des fourmis. Les deux formes de myrmécodomaties n'ont naturellement aucun rapport. La fistulosité des tiges, qui se remarque chez certaines espèces de *Macaranga*, n'a pas d'analogie avec la transformation, en sacs, des stipules; cette dernière, jusqu'à ce jour, ne se rencontre chez aucune autre espèce du genre.

L'assertion de Pax que cette plante possède des poils comme les autres plantes myrmécophiles est de bien peu de valeur, car s'il existe de nombreuses plantes myrmécophiles pourvues de poils, il en existe aussi beaucoup dont les tiges sont tout à fait glabres ou munies d'un duvet très court. C'est, en particulier, le cas pour *M. caladifolia* Beccari (1).

Cette considération avait été mise en avant par K. Schumann et reprise par A.-F.-W. Schimper, mais ne doit en aucune façon nous arrêter (2).

Le P. Kohl, dans son étude générale sur les plantes myrmécophiles de l'Afrique tropicale (3), admet également que l'utilisation des sacs du *M. saccifera* Pax par les fourmis n'a pas été prouvée.

Reprenant les matériaux qui nous ont été rapportés par E. Laurent, nous avons été frappés par une inscription de l'étiquette de l'échantillon récolté entre Lusambo et le Lomami en décembre 1895; ce texte n'a pas été reproduit; il comporte : « Arbuste à urnes remplies de fourmis; bois marécageux. » Et de fait, nous avons trouvé dans les urnes stipulaires d'un rameau jeune des cadavres de fourmis.

La conclusion de cette observation est qu'il faut indiscutablement considérer le *M. saccifera* comme pouvant donner asile, dans ses stipules transformées, à des fourmis. Mais il ne nous a pas été possible de trouver dans

---

(1) O. Beccari, *Malesia*, vol. 2, fasc. I-II, p. 46, pl. III. Plante originaire de Bornéo.

(2) Dr A.-F.-W. Schimper, *Plant-Geography upon a physiological basis*. Edition anglaise. Oxford, 1903, p. 152.

(3) Kohl, *Die Ameisenpflanzen des tropischen Afrika mit besonderer Berücksichtung ihrer biologischen Verhältnisse in Natur und Offenbarung*, Band 55, Münster, 1909, p. 149.

ces urnes de coccides. En conséquence, on ne peut certifier que les fourmis établissent un véritable logement dans ces urnes comme dans les tiges ou les feuilles d'autres myrmécophytes africains. Nous pensons que le *M. saccifera*, tout en étant myrmécophile et myrmécodome, n'est myrmécodome que dans certaines circonstances.

C'est probablement le cas pour bien des plantes myrmécophiles. Nous ne sommes pas partisan de la théorie d'une symbiose nette entre les plantes et les fourmis, symbiose qui procurerait des avantages aux deux organismes. Nous pensons, au contraire, qu'il y a désavantage, dans la plupart des cas, pour les plantes.

Nous ne pouvons prouver que les glandes de la base du limbe foliaire, et que les très nombreuses petites glandes de sa face inférieure, dont le nombre varie fortement suivant les individus, servent à attirer les fourmis vers les domaties stipulaires.

Il est cependant probable que les glandes attirent les fourmis; nous nous referons totalement à l'opinion du Dr Schimper, pour qui les nectaires extrafloraux remplissent une fonction encore mal définie, mais indépendante des fourmis; ils ne sont devenus des organes myrmécophiles que très secondairement (1).

Pourquoi et à la suite de quelles circonstances les stipules de *M. saccifera* Pax se sont-elles transformées en urnes? Nous ne pouvons le dire.

Depuis des années, on cultive au Jardin botanique de Bruxelles le *M. saccifera*, chez lequel il se forme toujours des urnes, jamais occupées par des fourmis. Il faut, il est vrai, noter que nous multiplions cette espèce par bouturage; il serait nécessaire de faire quelques essais de semis en dehors du milieu naturel, pour essayer de définir les facteurs agissant sur la transformation des stipules.

PHYSIOLOGIE. — *La karyokynétose, nouvelle réaction d'immunité naturelle observée chez les chenilles de Macrolépidoptères.* Note de M. A. PAILLOT, présentée par M. P. Marchal.

L'étude des phénomènes réactionnels d'immunité dans les maladies infectieuses naturelles ou provoquées, est particulièrement intéressante chez les chenilles de Macrolépidoptères; les éléments du sang sont très

(1) SCHIMPER, *loc. cit.*, p. 153. — Cf. aussi RETTIG, *Ameisenpflanzen-Pflanzenameisen*. Iéna, 1904.

abondants et l'observation n'est pas gênée, comme chez les Vertébrés, par la présence d'hématies en nombre toujours considérable. Nous avons étudié ces réactions, principalement chez les chenilles d'*Euproctis chrysorrhea* et de *Lymantria dispar*, deux espèces qui offrent souvent une résistance efficace à l'infection microbienne. Parmi toutes les réactions étudiées, il en est une qui nous a semblé plus particulièrement mériter l'attention en raison de sa nouveauté et de sa portée générale; le but de cette Note est de la faire connaître dans ses grandes lignes.

La première observation qui se rapporte à cette réaction date de fin mai 1918 : quatre chenilles d'*Euproctis chrysorrhea* de différentes grosseurs, avaient été inoculées, le 28 mai, avec une émulsion de culture sur gélose de *Bacillus melolonthæ non liquefaciens* γ. Vingt-quatre heures après l'inoculation, les deux plus petites chenilles mouraient infectées, les deux autres ne paraissaient pas malades. La formule leucocytaire de la première était la suivante : micronucléocytes, 40 pour 100; cellules sphéruleuses, 7 pour 100; petits macronucléocytes, 1,5 pour 100; macronucléocytes fusiformes, 46 pour 100; grands macronucléocytes, 2,5 pour 100; œnocytes, 1 pour 100. Celle de la dernière était assez différente : micronucléocytes, 32,5 pour 100; cellules sphéruleuses, 23 pour 100; petits macronucléocytes, 1 pour 100; macronucléocytes fusiformes, 37 pour 100; grands macronucléocytes, 6 pour 100; œnocytes, 1 pour 100. Chez l'une comme chez l'autre, les macronucléocytes fusiformes étaient arrondis.

Tous les microbes du sang étaient englobés dans le protoplasme et même les noyaux des micronucléocytes, quelques-uns seulement, dans les grands macronucléocytes.

La proportion des leucocytes en voie de karyokynèse était voisine de la normale : 3 à 4 pour 1000 environ.

Quarante-huit heures après l'inoculation, la formule leucocytaire était sensiblement la même que la veille; une grande partie des microbes englobés étaient en voie de résorption. Ce qui frappait la vue, en examinant le frottis coloré à un petit grossissement, c'était l'abondance extraordinaire des éléments en état de mitose : de 3 à 4 pour 1000, la proportion s'était élevée brusquement à 30 et 40 pour 1000; elle avait donc décuplé.

Nous avons répété un grand nombre de fois, cette année, l'expérience de 1918; nous l'avons répétée sur des centaines de chenilles d'*Euproctis* de tout âge et de toutes provenances. Presque toujours, quel que soit l'âge ou l'état de la chenille pendant la mue ou en dehors, à la veille de la chrysalidation ou pendant les premiers âges, nous avons pu observer le même phé-

nomène; il commence à se manifester, en général, à la fin du deuxième jour, mais quelquefois aussi un peu avant. Nous avons donc affaire à une réaction cellulaire bien définie dont la cause directe ou indirecte est le microbe introduit dans la cavité générale. Cette réaction suit la phagocytose. Elle fait partie des réactions sanguines multiples dont l'ensemble complexe constitue le phénomène de l'immunité. Il est difficile de savoir si le déclanchement du processus karyokynétique est dû à la toxine microbienne seule ou à une sécrétion cellulaire provoquée par le microbe inoculé.

Le résultat de la réaction est un accroissement du nombre des macronucléocytes; ces éléments sont, en effet, les seuls qui participent à la réaction; or ils ne phagocytent jamais. Il serait alors bien possible que leur rôle dans l'immunité ne soit pas sans importance; ils jouiraient par exemple de la propriété d'excréter des anticorps empêchant vis-à-vis du développement des microbes, ou favorisant vis-à-vis de leur englobement par les micronucléocytes. Nous avons observé souvent que la résistance des chenilles à l'inoculation n'était pas fonction exclusive de la phagocytose, mais d'autres facteurs difficiles à préciser. Des microbes très phagocytables peuvent entraîner la mort des chenilles inoculées, alors que d'autres qui le sont moins ne tuent jamais les chenilles, quelle que soit la dose inoculée. *Bacillus melolonthæ non liquefaciens* γ n'est pas le seul microbe entomophyte capable de provoquer le déclanchement du processus karyokynétique; d'autres espèces non virulentes pour les chenilles d'Euproctis jouissent de la même propriété; nous pouvons citer, entre autres : *Bacillus liparis*, un coccobacille du Hanneton non encore décrit, et un diplocoque du Ver à soie en cours d'étude.

Enfin, le phénomène n'est pas limité aux seuls macronucléocytes du sang des chenilles d'*Euproctis*; nous l'avons observé avec autant d'intensité, et tout aussi fréquemment, chez les chenilles de *Lymantria dispar*. Un certain nombre d'espèces microbiennes, autres que celles qui viennent d'être citées, peuvent d'ailleurs aussi le provoquer : par exemple, *Bacillus melolonthæ non liquefaciens* β, *Bacillus hoplosternus*.

Nous proposons le nom de *karyokynétose* pour désigner cette nouvelle réaction cellulaire d'immunité.

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de juin 1919.

Notes ptéridologiques, par le prince Bonaparte. Paris, chez l'auteur, 1918; 1 fasc. 23cm.

Sur un cas particulier de diffraction des images des astres circulaires, par Maurice Hamy. Extrait du *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 7e série, t. III, fasc. III, 1917. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1917; 1 fasc. 28cm.

Résumé des travaux scientifiques de MM. Auguste et Louis Lumière. Paris-Lyon, Lumière et Jougla, 1914; 1 fasc. 27cm. (Présenté par M. Carpentier.)

Essai sur la genèse et l'évolution des roches, par Alfred Vialay. Paris, Dunod, 1918; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Lemoine.)

Souvenirs entomologiques. Études sur l'instinct et les mœurs des insectes, 1re série. Paris, Delagrave, 1914; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

Ministère de l'Armement et des fabrications de guerre. Direction des inventions. Études et expériences techniques. Laboratoire d'essais du Conservatoire national des arts et métiers. *Sur la fabrication rationnelle desbriques en terre cuite*, par F. Wattebled; — *Résumé des travaux sur la fabrication des briques de silice*, par F. Cellerier; — *Étude sur la différenciation des bois verts et des bois vieux ou artificiellement vieillis*, par J. Soulier et R. Frey; — *Résumé des travaux pendant la guerre*, par F. Cellerier. Paris, Chapelot, 1918 et 1919; 4 fasc. (Présentés par MM. Le Chatelier et Painlevé.)

La syphilis, par le Dr L.-C. Quéry. Paris, Maloine, 1919; 1 vol. 22cm.

Commentaire de quelques cartes récentes publiées par le Service géologique des États-Unis (1915), par Emm. de Margerie. Extrait du *Bulletin de la Section de géographie du Comité des travaux historiques et scientifiques*, t. XXXII, année 1917. Paris, Imprimerie nationale, 1919; 1 fasc. 25cm.

Problèmes scientifiques d'alimentation en France pendant la guerre, par R. Legendre. Paris, Masson, 1919; 1 fasc. 25cm.

Surgery of the thorax and its viscera, by Benjamin Merrill Ricketts. Cincinnati, chez l'auteur, 1918; 1 vol. 22cm.

Projecte de Institut oceanogràfic de Catalunya, per A. de Falguera, J. Vilaseca i Josep Maluquea. Barcelona, chez les auteurs, 1919; 1 fasc. 25cm.